Revista de Produtos Educacionais e Pesquisas em Ensino
REPPE

FORMULAÇÃO DE PROBLEMAS EM MATEMÁTICA: UM MATERIAL PARADIDÁTICO PARA O ENSINO DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO NO CAMPO CONCEITUAL MULTIPLICATIVO

PROBLEM-POSING IN MATHEMATICS: A PARADIDACTIC MATERIAL FOR THE TEACHING OF MULTIPLICATION AND DIVISION IN THE MULTIPLICATIVE CONCEPTUAL FIELD

Renan Oliveira ALTOÉ[1]
Rony Cláudio de Oliveira FREITAS[2]

Resumo
Este trabalho apresenta o Produto Educacional[3], intitulado "Formulação de Problemas: multiplicação e divisão", resultante de uma pesquisa de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática, composto pelas propostas desenvolvidas no decorrer da pesquisa e com o objetivo de contribuir para os estudos de multiplicação e divisão no Campo Conceitual Multiplicativo de Vergnaud. Para tanto, realizamos uma pesquisa de natureza qualitativa, do tipo experimental, desenhada na metodologia da Engenharia Didática, contando com a participação de 28 estudantes de um 5º ano de uma Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio, no município de Vargem Alta-ES, e, também, da professora regente da turma. Constatamos que as propostas, contidas no material paradidático, têm potencial educativo, uma vez que contribuíram para o processo de formulação de problemas, os quais apresentaram potencialidades para o ensino de multiplicação e divisão e abarcaram contextos, vivências, motivações, interesses e desejos, próprios dos estudantes, levando-os ao envolvimento nas aulas de matemática e na resolução de problemas.

Palavras-chave: Paradidático; Campo Conceitual Multiplicativo; Formulação de Problemas.

1 Mestre em Educação em Ciências e Matemática pelo Instituto Federal do Espírito Santo, *Campus* Vitória - ES. Professor do Centro Educacional São Camilo – ES. renan.o.altoe@gmail.com.
2 Doutor em Educação pela Universidade Federal do Espírito Santo. Docente e pesquisador do Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo, *Campus* Vitória – ES. freitasrco@gmail.com.
3 Link de acesso ao Paradidático: https://educapes.capes.gov.br/handle/capes/433765

Abstract
This paper presents the Educational Product, entitled "Problem-posing: Multiplication and Division", resulting from a Master's Degree in Science and Mathematics Education, composed of the proposals developed during the course of the research and with the objective of contributing to the multiplication and division studies in the Multiplicative Conceptual Field of Vergnaud. In order to do so, we carried out a research of a qualitative nature, of an experimental type, designed in the methodology of Didactic Engineering, counting on the participation of 28 students of a 5th year of a State School of Elementary and Middle Education, in the municipality of Vargem Alta-ES, and also of the regent teacher of the class. We find that the proposals, contained in the paradidmatic material, have educational potential since they contributed to the process of problem-posing, which presented potentialities for the teaching of multiplication and division and encompassed students' contexts, experiences, motivations, interests, and desires, taking them involvement in math classes and problem solving.

Keywords: Paradidactic; Multiplicative Conceptual Field; Problem-posing.

Introdução

Ao considerarmos importante o protagonismo discente no processo de construção de conhecimentos, somos levados a adotar metodologias de ensino que oportunizem espaços de diálogo e reflexão crítico-investigativa. Assim, desde 1980, o *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) vem indicando recomendações para o ensino de matemática e destacando a Resolução de Problemas como um caminho promissor.

No campo da Resolução de Problemas, temos defendido que se façam novas reflexões referentes à proposição de problemas em sala de aula, retirando, por vezes, o papel central do professor nesse processo. Acreditamos, portanto, ser possível a formulação de problemas[4] pelos estudantes, prática inserida na metodologia de Resolução de Problemas e que, segundo Boavida *et al* (2008) e Chica (2001), pode desenvolver a capacidade crítica, o pensamento matemático, além de possibilitar a expressão de ideias, de relações e aprofundar conceitos.

Seguindo essa linha de ação, este trabalho apresenta o Produto Educacional resultante de uma pesquisa de Mestrado em Educação em Ciências e Matemática, do Instituto Federal do Espírito Santo, *campus* Vitória, desenvolvida com o objetivo de investigar contribuições de atividades pautadas na formulação de problemas para o

4 Neste texto, utilizamos "Formulação de Problemas" quando tratamos da prática no campo teórico, e "formulação de problemas" a ação de formular o problema em sala de aula.

ensino de conceitos de multiplicação e divisão nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Para tanto, realizamos uma pesquisa de natureza qualitativa, do tipo experimental, estruturada na metodologia da Engenharia Didática, contando com a participação de 28 estudantes de um 5º ano de uma Escola Estadual de Ensino Fundamental e Médio, no município de Vargem Alta-ES, e, também, da professora regente da turma. Os dados foram produzidos por meio de observações, entrevistas, grupos focais, registros escritos dos alunos (problemas formulados e justificativas dos estudantes) e diário de bordo do pesquisador.

1 Breves apontamos a respeito da Formulação de Problemas em Matemática

Estudos em Formulação de Problemas têm mostrado que essa prática é característica fundamental na aprendizagem matemática (SILVER, 1994; ENGLISH, 1998; KILPATRICK, 1987; ALTOÉ, 2017; MEDEIROS; SANTOS, 2007; MEDEIROS; SANTIAGO, 2013). A partir dos estudos de D'amore (2014) e Silver (1994), temos entendido que a formulação de problemas é uma prática inserida na metodologia de Resolução de Problemas.

Para Silver (1994, p. 19, tradução nossa), formular problemas "[...] refere-se tanto a produção de novos problemas e a reformulação de determinados problemas". Além disso, Boavida *et al* (2008) reitera que é uma atividade de importância inquestionável, uma vez que contribui no aprofundamento dos conceitos de matemática e na compreensão de sua resolução. Assim, formular um problema requer, inicialmente, conhecer conceitos, refletir sobre situações inquietadoras ou desafiadoras, entender o porquê do que estou pretendendo formular.

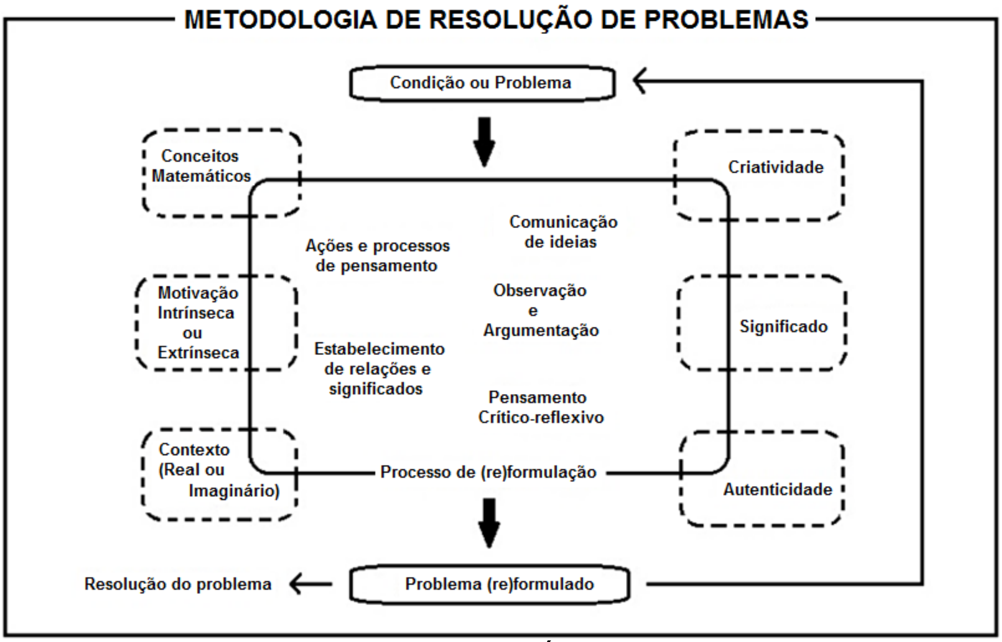
Considerando pertinente a prática de formular problemas nas aulas de matemática, Boavida *et al* (2008) pontuam que é importante encorajar os alunos a escreverem, partilharem e resolverem seus próprios problemas, pois se trata de uma aprendizagem relevante ao desenvolvimento da capacidade de resolver problemas. Além disso, complementam dizendo que, no processo de formular problemas, os alunos desenvolvem o pensamento crítico, ao mesmo tempo em que aprendem a exprimir suas ideias de modo mais preciso, a partir do momento que são levados a aperceberem-se das estruturas do problema (BOAVIDA *et al*, 2008).

Diante do exposto, vemos que o processo de formular problemas gera, também, aprendizagens relativas ao campo estrutural de um problema, pois nesse processo, devem estar atentos à pergunta a ser respondida e aos dados utilizados.

Assim, Dante (2009, p. 65) pontua que no ensino de matemática “as crianças podem inventar os próprios problemas. Isso as motivará a ler, compreender e resolver os problemas, porque são seus [...]”. É prática que abre espaço para que os desejos e interesses dos estudantes sejam evidenciados nas suas produções, o que poderia acarretar maiores envolvimentos na resolução e discussão em sala de aula.

Na linha de ampliação da concepção sobre Formulação de Problemas, ALTOÉ (2017) tem compreendido que a formulação de problemas é uma prática inserida na metodologia de Resolução de Problemas que oportuniza os estudantes a (re) formularem problemas a partir de determinadas condições ou problemas dados. Tal prática envolve *autenticidade*, *criatividade*, *motivação intrínseca ou extrínseca*, *significado*, *contextos (reais ou imaginários)* e *conceitos matemáticos*. Nesse processo, espera-se que os estudantes desenvolvam o pensamento crítico-reflexivo, o raciocínio, a capacidade de comunicar ideias, de estabelecer relações e significados, de observação e argumentação e de reflexão sobre suas ações e seus processos de pensamento. Assim, formular e resolver estão estreitamente interligados, uma vez que um dos sentidos de se formular um problema é buscar a sua resolução. A Figura 1representa o referido posicionamento do autor.

Figura 1: Esquema processual sobre Formulação de Problemas



Fonte: ALTOÉ, 2017, p. 58

A este ponto, ALTOÉ (2017) considera: i) *Criatividade:* é a capacidade e atitude de gerar novas ideias e comunicá-las (GONTIJO, 2007). Entre outras coisas, pode ser compreendida como a capacidade de produzir problemas entre a relação condiçãocontexto ou na reformulação de um problema dado, cujo produto final seja incomum; ii) *Significado:* é considerado a estabilização de ideias, as quais buscam construir o sentido de determinado objeto. Em outras palavras, o significado pode ser considerado um fenômeno do pensamento e um conceito fruto desse ato (VYGOTSKY, 1996). Caso um educando fosse convidado a formular um problema que envolvesse a operação matemática 3x2 e, ao apresentá-lo, retratasse "possuir 3 camisas e 2 calças, de quantas maneiras poderia uma pessoa se vestir", mostraria um conceito de multiplicação como ação de combinar; iii) *Autenticidade:* é considerada como os interesses pessoais que o estudante coloca na formulação do seu problema; iv) *Motivação Intrínseca ou Extrínseca:* é algo que o aluno possui, ou seja, é um elemento que se refere ao universo pessoal (SOLÉ, 2009). Assim, a motivação intrínseca trata-se de sentimentos e emoções de cada indivíduo. Já a motivação extrínseca diz respeito a uma ação externa que contribui para que o aluno se motive intrinsecamente e v) *Contextos (reais ou imaginários):* referem-se as situações cotidianas vividas (contexto real) ou não (contexto imaginário) pelos educandos.

Sendo assim, a Formulação de Problemas pode oportunizar os discentes a formularem problemas com base em contextos de seus interesses, tornando uma prática de inventividade e descoberta.

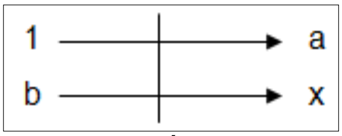
2 Campo Conceitual Multiplicativo

Vergnaud (2014), em seu estudo, distingue duas grandes categorias de problemas do Campo Conceitual Multiplicativo[5], que são as relações quaternárias e ternárias. Nas relações quaternárias, temos o eixo do "isomorfismo de medidas" e, nas relações ternárias, do "produto de medidas" e da "comparação multiplicativa".

No âmbito do isomorfismo de medidas, a multiplicação é estruturada em uma classe que respeita a relação descrita na Figura 2, e segue o caráter discreto ou contínuo das quantidades em jogo ou segundo a propriedade dos números utilizados (VERGNAUD, 2014).

5 O Campo Conceitual Multiplicativo consiste de todas as situações que podem ser analisadas como problemas de proporções simples e múltiplas para os quais geralmente é necessária uma multiplicação, uma divisão ou uma combinação dessas operações para resolvê-los (MOREIRA, 2015).

Figura 2: Multiplicação em isomorfismo de medidas



Fonte: ALTOÉ, 2017, p. 63

No olhar de Vergnaud (2014), a representação acima é um quadro de correspondência entre duas espécies de quantidades. Os números “1” e “b” representam quantidades, logo são medidas. Os números “a” e “x” também são quantidades, mas de outra natureza. Assim, deseja-se determinar a quantidade “x” conhecendo a dimensão de cada grupo.

A divisão, por sua vez, apresenta-se em duas classes distintas: “divisão: busca de valor unitário” ou uma “divisão: busca de quantidade de unidades” (VERGNAUD, 2014). Nesse sentido, podemos concluir que Vergnaud (2014) atribui à divisão dois conceitos: “divisão como partilha equitativa (partição)”, relativa à divisão: busca de valor unitário e “divisão como medida (cotição)”, em divisão: busca de quantidades de unidades.

Relativo à “divisão como partilha equitativa (partição)”, Vergnaud (2014) retrata a seguinte esquematização, conforme Figura 3.

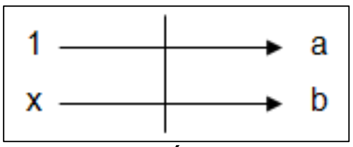
Figura 3: Divisão como partilha equitativa em isomorfismo de medidas

Fonte: ALTOÉ, 2017, p. 69

Dessa relação, temos a divisão de uma quantidade em partes iguais, ou seja, uma correspondência de um-para-um. São situações para as quais se objetiva determinar o valor unitário, isto é, o valor que “cabe” a cada um dos elementos do divisor.

No escopo da divisão como medida (cotição), Vergnaud (2014) apresenta o seguinte esquema, apresentado na Figura 4.

Figura 4: Divisão como medida em isomorfismo de medidas



Fonte: ALTOÉ, 2017, p. 69

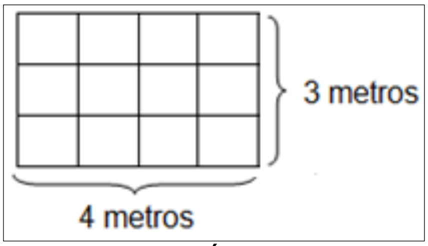
A divisão como medida é empregada quando o dividendo e o divisor possuem a mesma natureza. Neste caso, deseja-se determinar o número de grupos partindo do conhecimento da dimensão de cada grupo.

No escopo das relações ternárias, Vergnaud (2014) afirma que uma relação ternária associa três quantidades, das quais uma delas é o produto das outras duas, ao mesmo tempo no plano numérico e dimensional (VERGNAUD, 2014). Assim, no eixo do "produto de medidas", temos a classe da configuração retangular e da combinatória.

Na configuração retangular, a multiplicação se comporta como uma operação em busca de encontrar a medida-produto, conhecendo-se as medidas elementares. Essa visão é considerada para a configuração retangular, cujas relações se estabelecem somente entre quantidades contínuas-contínuas. Vergnaud (2014) não traz uma esquematização para representar essa operação, mas discute-a apresentando o seguinte exemplo: *uma sala retangular tem 4 metros de comprimento por 3 metros de largura. Qual é a área?*

Sabemos que o retângulo é decomposto em quadrados, cujas linhas e colunas medem um metro de comprimento. Assim, a medida da superfície (m²) é o produto da medida maior (comprimento) pela medida menor (largura), seja no plano dimensional ou numérico (VERGNAUD, 2014). Logo, para esse exemplo, temos a seguinte esquematização da Figura 5.

Figura 5: Representação da sala retangular do problema de Vergnaud



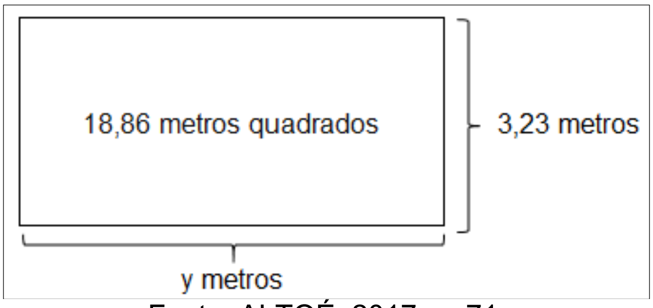
Fonte: ALTOÉ, 2017, p. 65

x metros quadrados = 4 metros x 3 metros

Com isso, "x = 3x4" representa o plano numérico e "metros quadrados = metros x metros", o dimensional. Segundo Vergnaud (2014), a noção de metro quadrado tem dois sentidos complementares, ou seja, aquele de "quadrado de um metro de lado" ou "produto de duas medidas de comprimento (metro x metro)", e somente este último permite estender seu sentido a outras formas geométricas, as quais não se decompõem em quadrados como triângulos, círculos, etc.

A divisão, nesse eixo, tem como objetivo encontrar medidas elementares, conhecendo-se a outra e a medida-produto, esta última decorrente do conceito de multiplicação nessa mesma relação. Esse ângulo é levado em consideração nas situações de configuração retangular, tratando, apenas, de quantidades contínuas-contínuas. Vergnaud (2014) traz o seguinte exemplo para essa discussão: *um retângulo tem uma superfície de 18,86 metros quadrados e largura de 3,23 metros. Quanto é o seu comprimento?* O problema pode ser representado da seguinte maneira, como mostra a Figura 6.

Figura 6: Representação do retângulo do problema de Vergnaud



Fonte: ALTOÉ, 2017, p. 71

Nesse exemplo, a área quadrada do retângulo é uma relação de multiplicação entre o seu comprimento e sua largura. Assim:

y metros x 3,23 metros = 18,86 metros quadrados

y metros = 18,86 metros quadrados ÷ 3,23 metros

Dessa resolução, temos que "z = 18,86 ÷ 3,23" representa o plano numérico e a divisão entre as duas medidas, o dimensional. Assim, a medida elementar que desejamos encontrar está relacionada ao quociente da medida-produto pela medida elementar (VERGNAUD, 2014), isto é, área (m²) / largura (m) = comprimento (m).

Na classe da combinatória, Vergnaud (2014) aponta, também, que a multiplicação é uma operação em busca de encontrar a medida-produto, conhecendo-se as medidas elementares, mas trata apenas de quantidades discretas-discretas. Segundo ele, um esquema mais usual para representar esse tipo de relação é a tabela cartesiana, pois é mais eficaz visto que "é a noção de produto cartesiano de conjuntos que explica a estrutura do produto de medidas" (VERGNAUD, 2014, p. 254). Vejamos um possível exemplo (VERGNAUD, 2014) apresentado pelo autor: *3 rapazes e 4 moças querem dançar. Cada rapaz quer dançar com cada moça e cada moça, com cada rapaz. Quantos seriam os casais possíveis?*

Chamaremos de R = {a, b, c} o conjunto de rapazes e M = {f, g, h, i} o conjunto de moças. Assim, os pares ordenados correspondem à associação de um elemento do conjunto R com um elemento do conjunto M. Logo, o número de casais é determinado por uma multiplicação entre a quantidade de elementos dos conjuntos, ou seja, igual ao produto cartesiano do número de rapazes com o número de moças: x casais = 3 rapazes x 4 moças, onde a representação numérica se faz “x = 3x4”, enquanto que a representação dimensional se traduz por “casais = rapazes x moças”.

A divisão, em combinatória, tem como objetivo encontrar, também, medidas elementares, conhecendo-se a outra e a medida-produto, esta última decorrente do conceito de multiplicação nessa mesma relação. Na classe das relações combinatórias, tratam-se, apenas, das quantidades discretas-discretas. Vergnaud (2014) apresenta o seguinte exemplo para esse eixo: *um comerciante quer colocar à disposição dos clientes 15 variedades de sorvetes cobertos de chocolate. Ele dispõe de três variedades de chocolates. Quantas variedades de sorvetes ele deve ter?*

A resolução desse tipo de situação requer refletir que a quantidade de sorvetes com cobertura de chocolates depende diretamente da quantidade de cobertura de chocolate e a quantidade de sorvetes variados. Assim: a resolução desse problema requer a seguinte esquematização e divisão:

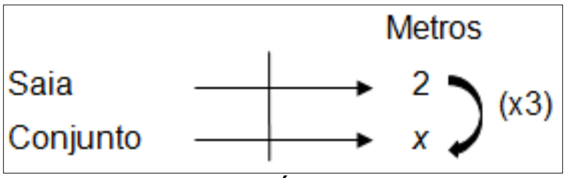
15 sorvetes com cobertura de chocolate = 3 chocolates x *y* sorvetes,

15 sorvetes com cobertura de chocolate ÷ 3 chocolates = y sorvetes

Logo, para os números temos “15÷3 = *y*” e para as dimensões registra-se “sorvetes com cobertura de chocolate ÷ chocolates = sorvetes”.

No eixo da comparação multiplicativa, também no interior do produto de medidas, “a análise de termos de operadores-escalares é compreendida facilmente pelas crianças, mas ela implica uma distinção entre medida e escalar [...]” (VERGNAUD, 2014, p. 262). As situações que a envolve trazem consigo relações entre quantidades discretas-discretas ou contínuas-contínuas. O exemplo, a seguir, dado por Vergnaud (2014), reflete esse tipo de relação: s*ão necessários 2m de tecido para fazer uma saia; são necessários três vezes mais para fazer um conjunto. Quanto de tecido é necessário para fazer um conjunto?* Um esquema para esse problema encontra-se na Figura 7.

Figura 7: Representação da relação entre saia e conjunto em multiplicação

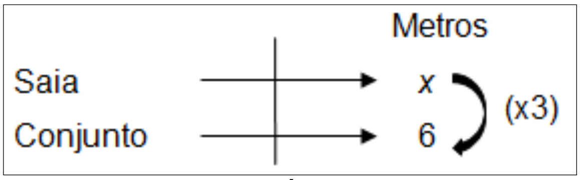


Fonte: ALTOÉ, 2017, p. 67

De acordo com a análise de Vergnaud (2014), o número 2 representa uma medida, assim como o número *x*, mas o número 3 é considerado um operador-escalar, o qual é verbalizado pela palavra "vezes". Assim, a multiplicação na comparação multiplicativa acontece pela relação medida-escalar cujo resultado é encontrado pela multiplicação entre as duas espécies, logo x = 2x3.

Já a divisão, em situações de comparação multiplicativa, encontra-se em duas classes de problemas: i) divisão: busca de uma medida e ii) divisão: busca de um escalar. A divisão: busca de uma medida, trata de situações para as quais se deseja encontrar uma das medidas, sabendo a outra medida e a expressão linguística (três vezes mais, três vezes menos, etc.) que é a relação entre elas. Vergnaud (2014) apresenta o seguinte exemplo: *São necessárias três vezes mais de tecido para fazer um conjunto do que uma saia. São necessários 6 metros para um conjunto. Quanto de tecido é necessário para fazer uma saia?* Dessa situação, podemos estabelecer a seguinte relação, conforme Figura 8.

Figura 8: Representação da relação entre saia e conjunto em divisão: busca de uma medida



Fonte: ALTOÉ, 2017, p. 72

A resolução consiste em encontrar a medida *x* metros de saia, sabendo que o conjunto é fabricado com três vezes mais tecido do que ela. Nesse sentido, o escalar (x3) já traduz uma divisão e o cálculo empregado é o seguinte:

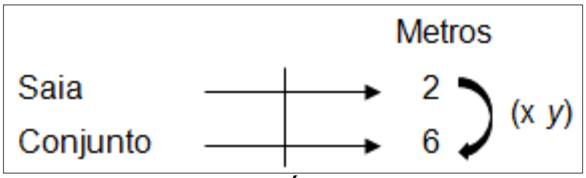
6 metros de tecido conjunto ÷ 3 (escalar) = *x* metros de tecido saia

Interessantemente e diferentemente das relações isomórficas, o escalar (x3) não influencia na resposta da questão, uma vez que ele não possui dimensão. Portanto, não há outra possibilidade de resposta dimensional para esse tipo de classe multiplicativa.

As discussões para divisão: busca de um escalar são similares àquelas da divisão: busca de uma medida. No entanto, o que está em jogo é determinar qual a relação (operador-escalar) entre as medidas. Analisemos o seguinte problema dado por Vergnaud (2014): *São necessários 2 metros de tecido para fazer uma saia, 6 metros para um conjunto. Quantas vezes mais são necessárias para fazer um conjunto (em relação a uma saia)?*

Sabemos que existe uma relação entre a quantidade de tecidos na fabricação de uma saia e um conjunto, a qual está evidenciada na expressão linguística "quantas vezes mais". Assim, a solução para esse problema parte da operação de divisão existente entre as duas medidas, conforme Figura 9.

Figura 9: Representação da relação entre saia e conjunto em divisão: busca de um escalar



Fonte: ALTOÉ, 2017, p. 72

y vezes = 6 metros ÷ 2 metros

Logo, vemos que a dimensionalidade é simplificada, o que resulta no valor y = 3, sem qualquer dimensão. Além disso, Vergnaud (2014) relata que a forma verbal das perguntas "quanto de tecido" e "quantas vezes mais" marca a diferença entre a noção de medida e escalar.

3 Encaminhamento metodológico

A Engenharia Didática é uma metodologia que vincula a dimensão teórica da racionalidade ao campo experimental da prática educativa, consideradas importantes nas pesquisas em Educação Matemática (PAIS, 2011). É uma metodologia que se caracteriza em um esquema experimental, baseada em realizações didáticas (PAIS, 2011). Uma pesquisa que adota a metodologia da Engenharia Didática é dita pesquisa experimental, pois, segundo Almouloud e Coutinho (2008), existe a comparação entre análise *a priori* e análise *a posteriori*, realizadas na validação.

De acordo com Pais (2011), a Engenharia Didática segue quatro fases: 1) análises preliminares; 2) concepção e análise *a priori*; 3) aplicação de uma sequência didática e 4) análise *a posteriori* e a avaliação. Em nossa pesquisa, a terceira fase foi renomeada de "Aplicação de uma sequência de atividades", visto que não propusemos uma sequência didática, mas um grupo de propostas de formulação de problemas.

A primeira fase, intitulada “análises preliminares”, tem como finalidade a “[...] elaboração de um quadro teórico sobre o qual o pesquisador fundamenta suas principais categorias” (PAIS, 2011, p. 101). Para Almouloud e Coutinho (2008), essas análises devem permitir que o pesquisador identifique as variáveis didáticas que serão explicitadas e manipuladas na fase da análise *a priori* e da construção das atividades. Neste artigo, está representada, brevemente, pelas seções 1 e 2.

A segunda fase, nomeada “concepção e análise *a priori*”, consiste na definição, a partir das análises preliminares, das variáveis que serão consideradas na construção da proposta didática. São as variáveis macrodidáticas ou globais, relativas à organização da engenharia como um todo, e as variáveis microdidáticas ou locais, relacionadas ao planejamento específico de cada seção da sequência didática (PAIS, 2011). Parte desta segunda fase está caracterizada pela subseção 3.1 pela seção 4, constando, nesta última, apenas as propostas desenvolvidas.

A terceira fase, designada “Aplicação de uma sequência de atividades”, consiste na aplicação das propostas elaboradas na fase precedente. É momento de registrar as observações feitas durante a experimentação. Neste manuscrito, parte do registro encontrar-se no decorrer das discussões em cada proposta, na seção 4.

A quarta fase, chamada de “Análise *a posteriori* e a avaliação”, refere-se ao tratamento das informações obtidas na aplicação da atividade. Almouloud e Coutinho (2008) afirmam que a análise *a posteriori* é o conjunto de resultados extraídos da exploração dos dados recolhidos, enquanto que a avaliação é, para Pais (2011, p. 103), “obtida pela confrontação entre os dados obtidos na análise *a priori* e *a posteriori* [...]”. Neste escrito, encontram-se recortes das análises na seção 4, quando apresentaremos alguns dos problemas formulados pelos estudantes.

3.1 Variáveis macrodidáticas e microdidáticas

Decorrida as análises da primeira fase, e no escopo da segunda fase, adotamos as seguintes variáveis macrodidáticas e microdidáticas na construção das propostas: a) *Macrodidáticas:* i) (re) construção da metodologia de ensino; ii) valorização à descoberta; iii) incentivo à criatividade e iv) valorização da percepção de conexões entre as operações de multiplicação e divisão e problemas que envolvem o cotidiano e b) *Microdidáticas:* i) multiplicação; ii) divisão como partilha equitativa (partição); iii) divisão como medida (cotição); iv) divisão: busca de medida-produto; v) divisão: busca de medida elementar; vi) divisão: busca de uma medida e vii) divisão: busca de um escalar.

4 Apresentação do Produto Educacional "Formulação de Problemas: multiplicação e divisão"

As propostas apresentadas nesta seção são frutos de um trabalho colaborativo em prol de novos olhares para o ensino de matemática, considerando, desta vez, a Formulação de Problemas como característica fundamental. É um produto educacional paradidático, que tem como Bloco Específico a Educação Matemática (Anos Iniciais do Ensino Fundamental) e se enquadra na área de Ensino da CAPES/MEC (Área 46), na perspectiva de um material didático.

Os materiais paradidáticos possuem características próprias, pois não seguem uma sequência de conteúdos, como nos livros didáticos (MUNAKATA, 1997). Entendemos, também, que os paradidáticos podem, em certos momentos, dispensar a utilização de um tema transversal e propor atividades que possam despertar o interesse em aprender, sendo considerados, por Dalcin (2002), como produto baseando em um contexto pragmático.

A partir dessa perspectiva, o paradidático produzido e apresentado neste trabalho é destinado a estudantes e professores, contendo as propostas de atividades desenvolvidas, aplicadas e validadas na pesquisa. Como forma de evidenciarmos sua validade no contexto educacional, traremos, para cada proposta, problema (s) formulado (s) pelos estudantes, na terceira etapa da Engenharia Didática, no decorrer da pesquisa. A Figura 10 retrata a capa do produto educacional.

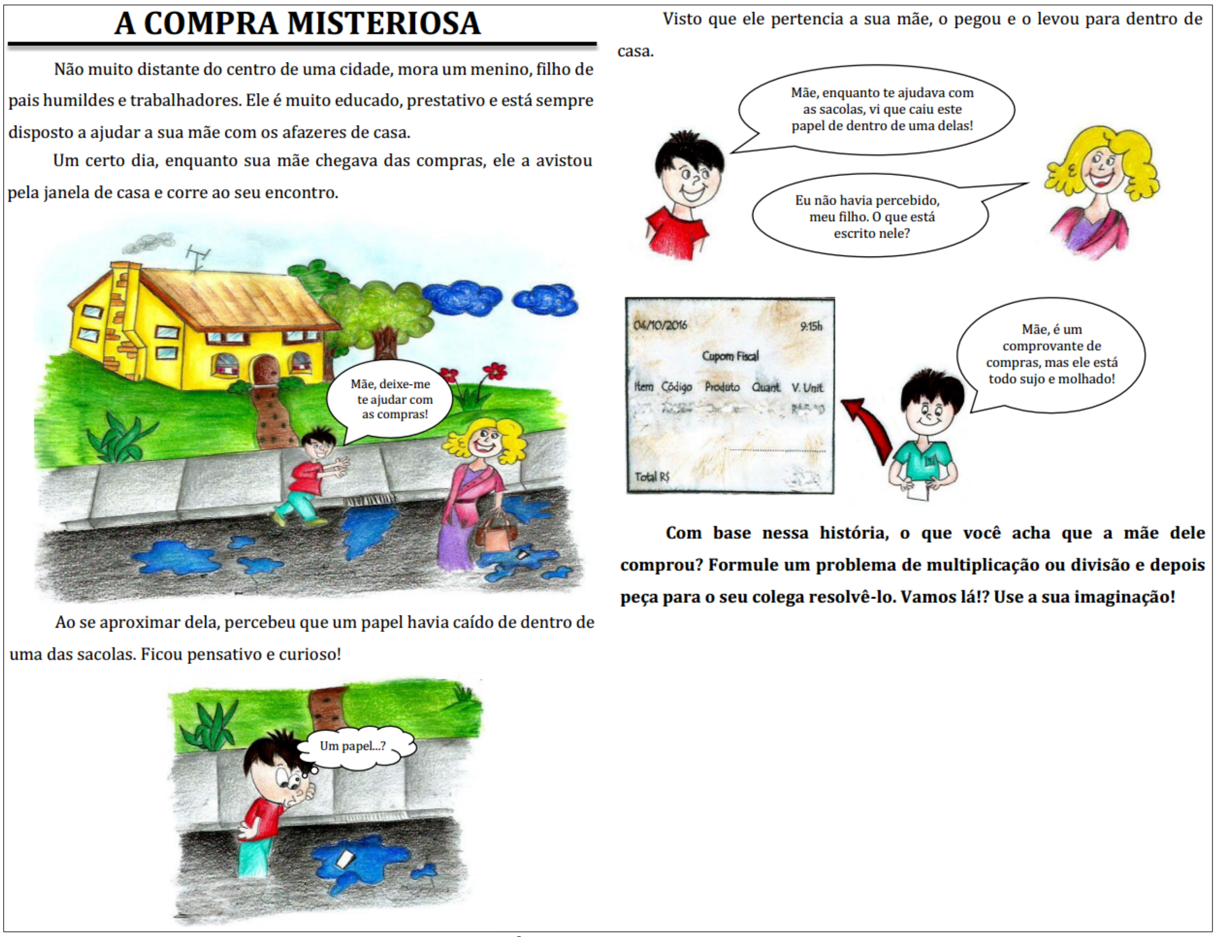
Figura 10: Capa do Produto Educacional

Fonte: ALTOÉ; FREITAS, 2017

4.1 Proposta 1: "A compra misteriosa"

A proposta "A compra misteriosa" é protagonizada por um menino e sua mãe que vivem em uma cidade não muito distante do centro de uma cidade. No decorrer da história, é encontrado um bilhete, sujo e molhado no qual não é possível identificar algumas informações. Entretanto, o menino e sua mãe descobrem que se tratava de um comprovante de compras, que caiu de uma das sacolas. Com base nessa informação, é solicitado ao estudante que imagine quais produtos a mãe poderia ter comprado e formule um problema que possa ser solucionado por meio da multiplicação ou divisão. Na Figura 11, apresentamos a história.

Figura 11: A compra misteriosa



A COMPRA MISTERIOSA

Não muito distante do centro de uma cidade, mora um menino, filho de pais humildes e trabalhadores. Ele é muito educado, prestativo e está sempre disposto a ajudar a sua mãe com os afazeres de casa.

Um certo dia, enquanto sua mãe chegava das compras, ele a avistou pela janela de casa e corre ao seu encontro.

Ao se aproximar dela, percebeu que um papel havia caído de dentro de uma das sacolas. Ficou pensativo e curioso!

Visto que ele pertencia a sua mãe, o pegou e o levou para dentro de casa.

Com base nessa história, o que você acha que a mãe dele comprou? Formule um problema de multiplicação ou divisão e depois peça para o seu colega resolvê-lo. Vamos lá!? Use a sua imaginação!

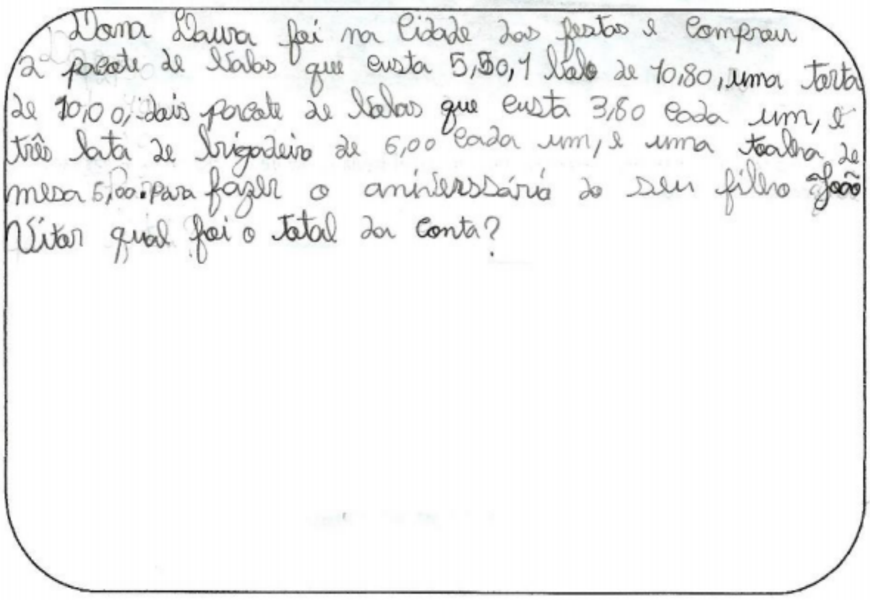
Fonte: ALTOÉ; FREITAS, 2017, p. 9-10.

Com essa proposta, intencionamos a formulação de problemas de isomorfismo de medidas, no eixo de proporção simples e que pudessem ser resolvidos por meio da multiplicação ou da divisão como partilha equitativa (partição) ou divisão como medida (cotição).

Para a sua validação, estiveram presentes 28 estudantes, os quais se demonstraram curiosos em saber como seria e o que deveriam fazer. Após analisarmos os registros escritos dos participantes, tomando por base características dos enunciados e as discussões relativas às operações, identificamos o total de 28 problemas formulados, mas, apenas, 25 deles se enquadraram como problemas de proporção simples. Além disso, a partir das justificativas dos alunos sobre os problemas formulados, detectamos experiências pessoais, desejos, interesses e motivação pessoal para cada personagem, contexto e produtos escolhidos para compor a escrita. É a presença da autenticidade e contextos (reais ou imaginários), apontados por ALTOÉ (2017), no processo de formulação de problemas. O aluno A10-

11[6] (Figura 12) formulou o seu problema levando em consideração a história e a relação de multiplicação em proporção simples, conforme podemos ver no registro abaixo.

Figura 12: Problema do aluno A10-11


Dona Laura foi na Cidade das festas e comprou 2 pacote de bolas que custa 5,50, 1 bolo de 10,80, uma torta de 10,00, dois pacote de bolas que custa 3,80 cada um, e três lata de brigadeiro de 6,00 cada um, e uma toalha de mesa 6,00. Para fazer o aniverssário do seu filho João Vitor qual foi o total da conta?

Fonte: ALTOÉ, 2017, p. 124

Tomando como exemplo “dois pacotes de bolas que custam 3,80 cada”, temos uma relação de proporcionalidade que pode ser representada da seguinte maneira:

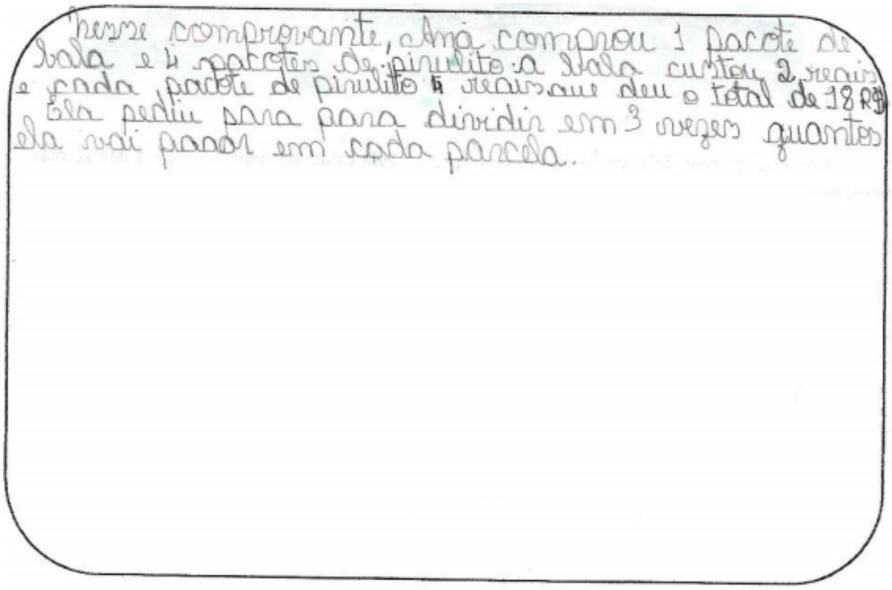
$$\begin{array}{ccccc} & \textbf{Pacotes} & & \textbf{Valor} & \\ (x2) & 1 & \xrightarrow{(x\ 3,80)} & 3,80 & (x2) \\ & 2 & \xrightarrow{(x\ 3,80)} & x & \end{array}$$

A resolução dessa proporção pode ocorrer, conforme aponta Vergnaud (2014), a partir de um “operador-escalar” ou “operador-função”. O operador-escalar permite passar de uma linha à outra na mesma categoria de medida, ou seja, dobrando-se a quantidade de pacotes, dobra-se o valor. Já o operador-função expressa a passagem de uma categoria à outra, que nesse caso, expressa uma relação: Valor por pacotes = valor/pacotes. Assim, da mesma maneira que se passa de 1 pacote para R$ 3,80, passa-se de 2 pacotes para x valor.

6 Atendendo ao processo ético confiado na pesquisa (aprovada pelo Comitê de Ética e Pesquisa do IFES sob o nº CAAE 56129916.6.0000.5072 e tendo por base a análise feita no Parecer de nº 1.577.247), os alunos foram identificados pela vogal “A” (de Aluno), acrescida de numeração indo-arábica (indica o número do participante), seguida da sua respectiva idade. Assim, por exemplo, o aluno A03-10 é o terceiro do total de 28 participantes, cuja idade é 10 anos.

Já a proposta de A18-11 abarcou um problema que envolveu divisão, especialmente, como partilha equitativa (partição). Vejamos a Figura 13.

Figura 13: Problema do aluno A18-11


nesse comprovante, Ana comprou 1 pacote de bala e 4 pacotes de pirulito a bala custou 2 reais e cada pacote de pirulito 4 reais e deu o total de 18 R$ Ela pediu para para dividir em 3 vezes quantos ela vai pagar em cada parcela.

Fonte: ALTOÉ, 2017, p. 125

Existe uma relação proporcional entre "Parcelas" e "Valor", ou seja, se a soma de 3 parcelas resulta em R$ 18,00, então o valor de cada parcela decorrer da terça parte do todo. Esse problema poderia ser resolvido, também, a partir de um operador-escalar (por meio de uma divisão) ou de um operador-função (por meio de uma multiplicação), conforme esquema abaixo.

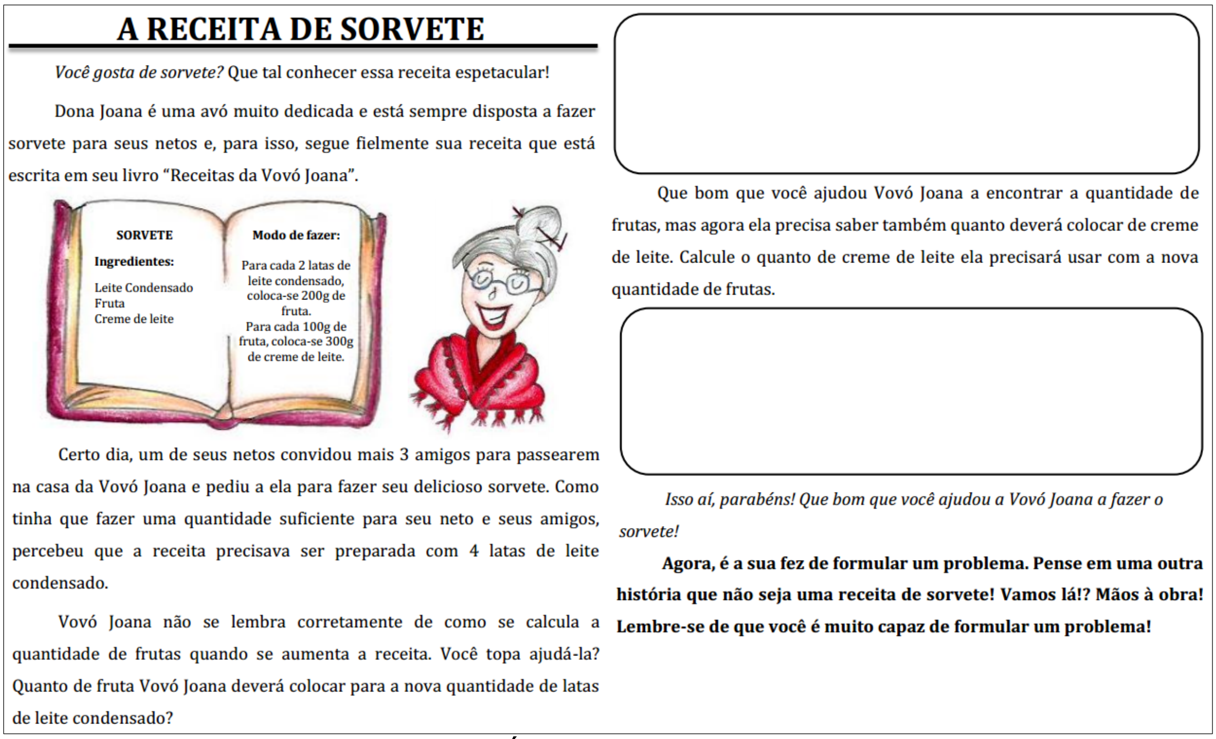
$$\begin{array}{ccccc} & \textbf{Parcelas} & & \textbf{Valor} & \\ (\div 3) & 1 & \xrightarrow{(x6)} & x & (\div 3) \\ & 3 & \xrightarrow{(x6)} & 18 & \end{array}$$

No campo da divisão como medida (cotição), Vergnaud (2014) aponta que é utilizada quando o dividendo e o divisor possuem a mesma natureza, ou seja, interessasse determinar o número de grupos partindo do conhecimento da dimensão de cada grupo.

4.2 Proposta 2: "A receita de sorvete"

Trata-se de uma história intitulada "A receita de sorvete", cuja personagem é a vovó Joana, suposta autora da receita. Durante a leitura, o estudante é convidado a ajudá-la a preparar uma quantidade maior de sorvete para os amigos de seu neto, a partir da realização de novos cálculos. Em seguida, é levado a formular um problema que não seja uma receita de sorvete. Na Figura 14, apresentamos a história.

Figura 14: A receita de sorvete



A RECEITA DE SORVETE

Você gosta de sorvete? Que tal conhecer essa receita espetacular!

Dona Joana é uma avó muito dedicada e está sempre disposta a fazer sorvete para seus netos e, para isso, segue fielmente sua receita que está escrita em seu livro "Receitas da Vovó Joana".

Certo dia, um de seus netos convidou mais 3 amigos para passearem na casa da Vovó Joana e pediu a ela para fazer seu delicioso sorvete. Como tinha que fazer uma quantidade suficiente para seu neto e seus amigos, percebeu que a receita precisava ser preparada com 4 latas de leite condensado.

Vovó Joana não se lembra corretamente de como se calcula a quantidade de frutas quando se aumenta a receita. Você topa ajudá-la? Quanto de fruta Vovó Joana deverá colocar para a nova quantidade de latas de leite condensado?

Que bom que você ajudou Vovó Joana a encontrar a quantidade de frutas, mas agora ela precisa saber também quanto deverá colocar de creme de leite. Calcule o quanto de creme de leite ela precisará usar com a nova quantidade de frutas.

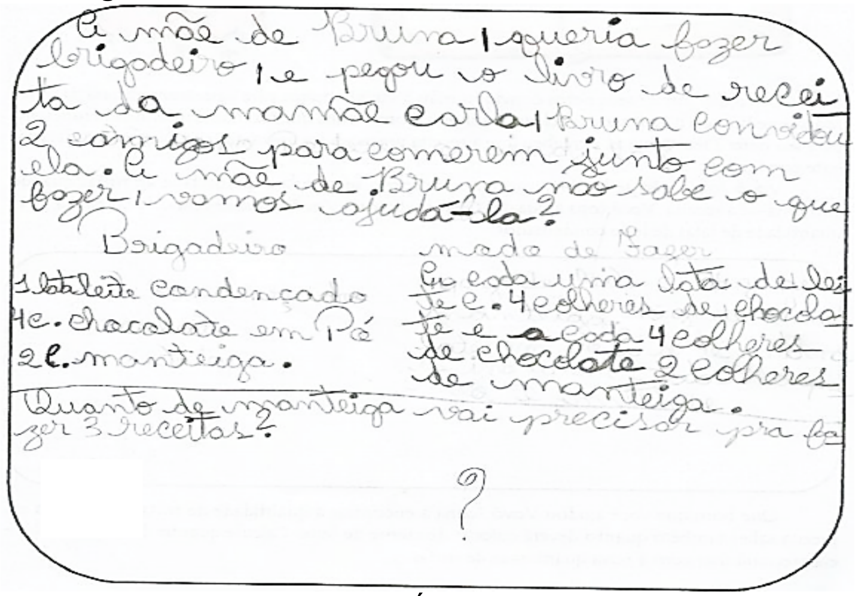
Isso aí, parabéns! Que bom que você ajudou a Vovó Joana a fazer o sorvete!

Agora, é a sua fez de formular um problema. Pense em uma outra história que não seja uma receita de sorvete! Vamos lá!? Mãos à obra! Lembre-se de que você é muito capaz de formular um problema!

Fonte: ALTOÉ; FREITAS, 2017, p. 11-12

Com essa proposta, esperamos que os estudantes formulem problemas que envolvam o eixo da proporção múltipla, levando em consideração suas experiências no decorrer da história. Durante a aplicação, estiveram presentes 24 alunos, que foram organizados em 6 trios e 3 duplas. A partir das análises, identificamos o total de 9 formulações, sendo 4 delas problemas de proporção múltipla. Consideramos que essa proposta é a mais complexa de todas para os estudantes, uma vez que discentes de 5º ano não estão habituados com problemas de proporção múltipla. Assim, as demais 5 formulações apresentaram algumas lacunas (ausência de pergunta que remetia a proporção múltipla ou resolução por meio de adição ou multiplicação) que o impediam de atender a relação múltipla. Além disso, todos os 4 problemas considerados pertinentes nessa relação desprezavam uma das grandezas, como poderemos ver no problema do trio A07-10, A08-10 e A26-11, na Figura 15.

Figura 15: Problema do trio A07-10, A08-10 e A26-11


A mãe de Bruna, queria fazer brigadeiro, e pegou o livro de receita da mamãe dela, Bruna convidou 2 amigos para comerem junto com ela. A mãe de Bruna não sabe o que fazer, vamos ajudá-la?

Brigadeiro
1 lata leite condensado
4 c. chocolate em Pó
2 c. manteiga.

Modo de fazer
A cada uma lata de leite c. 4 colheres de chocolate e a cada 4 colheres de chocolate 2 colheres de manteiga.

Quanto de manteiga vai precisar pra fazer 3 receitas?

?

Fonte: ALTOÉ, 2017, p. 141

Para a resolução desse problema, mesmo sendo considerado de proporção múltipla, a grandeza (chocolate) poderia ser desprezada, pois se relaciona em mesma quantidade com as demais. A própria organização do modo de preparo traduz a ideia de relações múltiplas, sendo confirmado, por conseguinte, pela pergunta do problema. Vejamos como esse problema poderia ser resolvido.

	Leite Condensado		**Chocolate**			**Chocolate**		**Manteiga**	
(x3)	1 lata	$\xrightarrow{(x4)}$	4 colheres	(x3)	(x3)	4 colheres	$\xrightarrow{(\div 2)}$	2 colheres	(x3)
	3 latas	$\xrightarrow{(x4)}$	y colheres			y colheres	$\xrightarrow{(\div 2)}$	x colheres	

Primeiro, encontraríamos a quantidade de colheres de chocolate (y = 12), para, depois, determinarmos a quantidade de colheres de manteiga (x = 6). No primeiro, temos um caso de multiplicação representada pela mesma esquematização dada por Vergnaud (2014), em isomorfismo de medidas; para o segundo, uma quarta proporcional. Como os estudantes de 5º ano ainda não vivenciam situações envolvendo a quarta proporcional, então, teriam dificuldades em resolver a operação "4x = 24", pois envolvem uma relação muitos-para-muitos. No entanto, poderia ser discutido: "se a cada 4 colheres de chocolate, usam-se 2 colheres de manteiga, então, em 12 colheres de chocolate cabem quantas vezes 4 colheres de chocolate?". É um bom momento para se discutir a divisão como medida (cotição). Assim, a partir dessas discussões, a proposta, aqui, apresentada, pode ser um caminho interessante para o trabalho com multiplicação e divisão, em situações de proporção múltipla, nas aulas de matemática.

4.3 Proposta 3: "Um passeio a lanchonete"

A história "Um passeio a lanchonete" foi pensada na esfera dos estudos de multiplicação e divisão como combinatória e narra o passeio de dois amigos ao saírem da escola em que estudam. Durante a história, os estudantes são convidados a resolverem uma situação-problema, respondendo a alguns questionamentos, e foram, por seguinte, convidados a formularem um problema de combinatória, cuja ideia central está na possibilidade de se estabelecerem diferentes escolhas. Na Figura 16, apresentamos a proposta.

Figura 16: Um passeio a lanchonete


UM PASSEIO A LANCHONETE

Em um dia ensolarado, dois amigos, ao saírem da escola, decidiram dar uma volta na praça que fica no centro da cidade onde moram. Durante a caminhada, foram conversando...

Continuaram a caminhada e avistaram uma lanchonete muito famosa da cidade. É um local muito agradável e possui um ótimo atendimento. Ao chegarem lá, sentaram-se na mesa, pediram o *menu* e escolheram alguma coisa para beber e comer. O que você acha que tinha naquele *menu?* Vamos completá-lo?

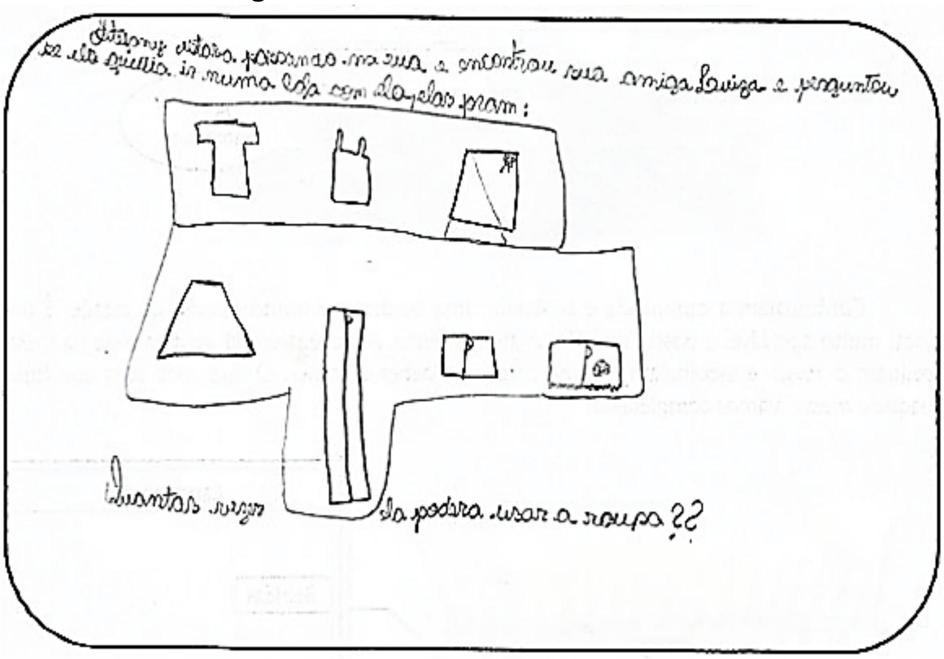
Os dois amigos ficaram muito contentes com a diversidade de bebidas e comidas, mas restaram muitas dúvidas na hora de escolher o que beber e comer. Você sabe dizer de quantas maneiras é possível escolher uma bebida e uma comida do *menu*?

Agora, formule um problema no qual é possível também fazer diferentes escolhas. Vamos lá?

Fonte: ALTOÉ, FREITAS, 2017, p. 13-14

O intuito dessa proposta é levar os estudantes a vivenciarem uma situação-problema envolvendo o pensamento combinatório. Assim, na terceira fase da Engenharia Didática, estiveram presentes 23 alunos, que se demonstraram interessados em realizar a leitura e dispostos a debater os questionamentos. Os estudantes realizaram as formulações individualmente, constando, das análises, 23 problemas formulados, dos quais somente 19 apresentaram o raciocínio combinatório no campo da multiplicação. Evidenciando a capacidade dos estudantes em formularem problemas, vejamos o problema do aluno A02-11, na Figura 17.

Figura 17: Problema do aluno A02-11

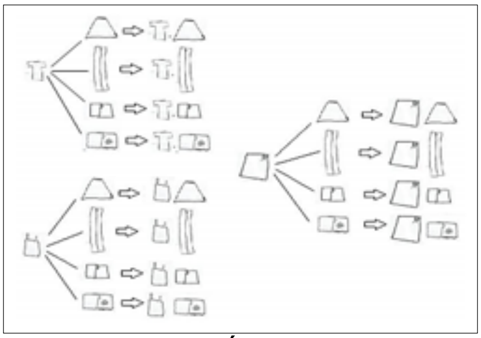


Fonte: ALTOÉ, 2017, p. 152

No problema de A02-11, o desejo é determinar de quantas maneiras diferentes a personagem poderia se vestir. No entanto, em relação à escrita do problema, a pergunta precisaria passar por alguns ajustes, pois “quantas vezes ela poderá usar a roupa” é diferente de “quantas maneiras diferentes ela poderá se vestir”. Mais uma vez, vemos a necessidade de realizar intervenções, conforme sugere Chica (2001), a apontar que os problemas podem ser reescritos e discutidos com os alunos, quando da existência de erros. Segundo Vergnaud (2014), esse tipo de raciocínio é um exemplo de produto cartesiano, que em nosso caso, ocorre entre dois conjuntos (peças de roupas superiores e inferiores).

Para esse problema, poderíamos ter dois diferentes caminhos de resolução. O primeiro, tendo por base uma esquematização e realizando a adição das combinações ou, o segundo, utilizando uma multiplicação. Para melhor compreensão, a Figura 18 apresenta a esquematização do primeiro caminho.

Figura 18: Esquema de resolução do problema (primeiro caminho)



Fonte: ALTOÉ, 2017, p. 153

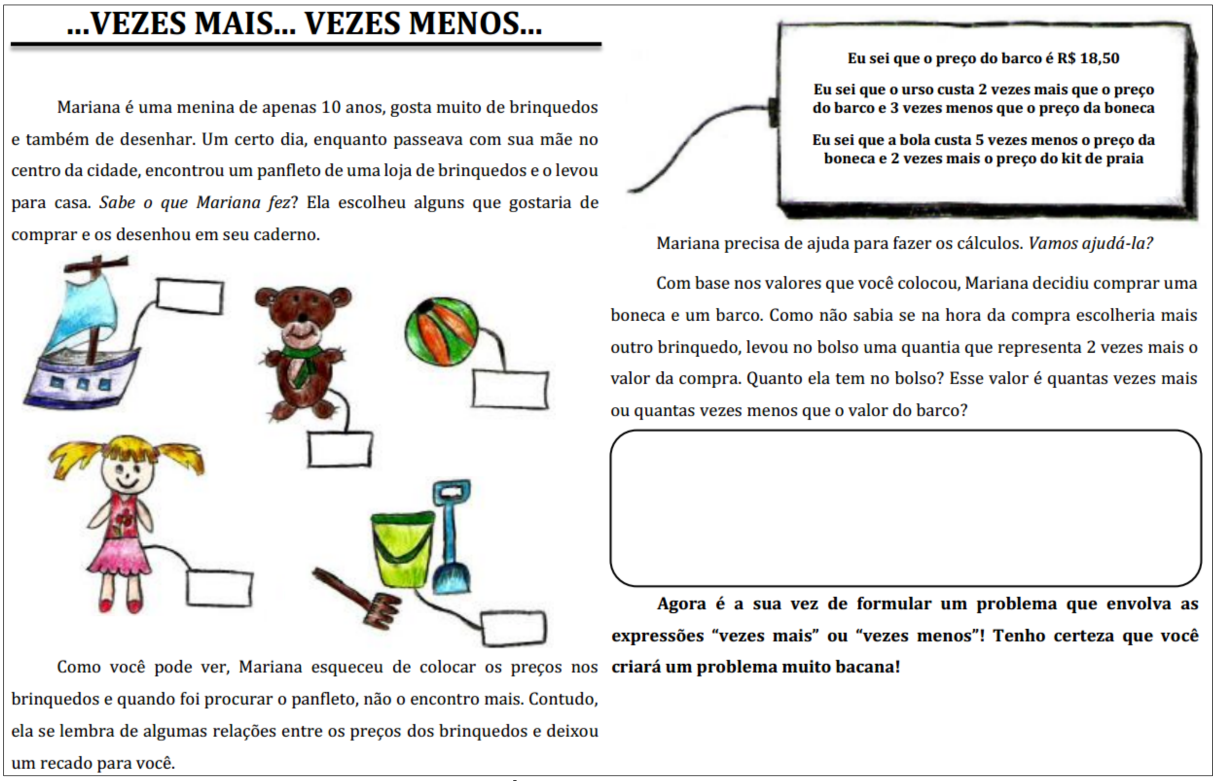
Dessa esquematização, que na combinatória é chamada de Diagrama da Árvore, podemos visualizar, sem muitas dificuldades, a quantidade de maneira que a personagem poderia se vestir, ou seja, de 12 maneiras distintas. Se pensássemos pela segunda via de resolução, bastaria multiplicarmos a quantidade de peças superiores (3 peças) pela quantidade de peças inferiores (4 peças), resultando em 12 maneiras diferentes (x maneiras = 3 peças x 4 peças).

Assim, a proposta "Um passeio a lanchonete" possibilita a formulação de problemas de raciocínio combinatório, podendo ser utilizados como atividades para o ensino das operações de multiplicação e divisão, desenvolvendo, também, a capacidade crítico-reflexiva quando os problemas são levados à investigação e reescrita.

4.4 Proposta 4: "...Vezes mais... Vezes menos..."

A história intitulada "...Vezes mais...Vezes menos..." tem como personagem uma menina chamada Mariana, de apenas 10 anos, que gosta muito de brinquedos e de desenhar. Após um passeio com sua mãe ao centro da cidade, se esqueceu de registrar os preços dos brinquedos que gostaria de comprar, mas deixou um recado sobre as relações entre os preços. Após ajudarem Mariana, os estudantes são convidados a formularem seus problemas. Na Figura 19, apresentamos a proposta.

Figura 19: ...Vezes mais... Vezes menos...



...VEZES MAIS... VEZES MENOS...

Mariana é uma menina de apenas 10 anos, gosta muito de brinquedos e também de desenhar. Um certo dia, enquanto passeava com sua mãe no centro da cidade, encontrou um panfleto de uma loja de brinquedos e o levou para casa. *Sabe o que Mariana fez*? Ela escolheu alguns que gostaria de comprar e os desenhou em seu caderno.

Como você pode ver, Mariana esqueceu de colocar os preços nos brinquedos e quando foi procurar o panfleto, não o encontro mais. Contudo, ela se lembra de algumas relações entre os preços dos brinquedos e deixou um recado para você.

Eu sei que o preço do barco é R$ 18,50

Eu sei que o urso custa 2 vezes mais que o preço do barco e 3 vezes menos que o preço da boneca

Eu sei que a bola custa 5 vezes menos o preço da boneca e 2 vezes mais o preço do kit de praia

Mariana precisa de ajuda para fazer os cálculos. *Vamos ajudá-la?*

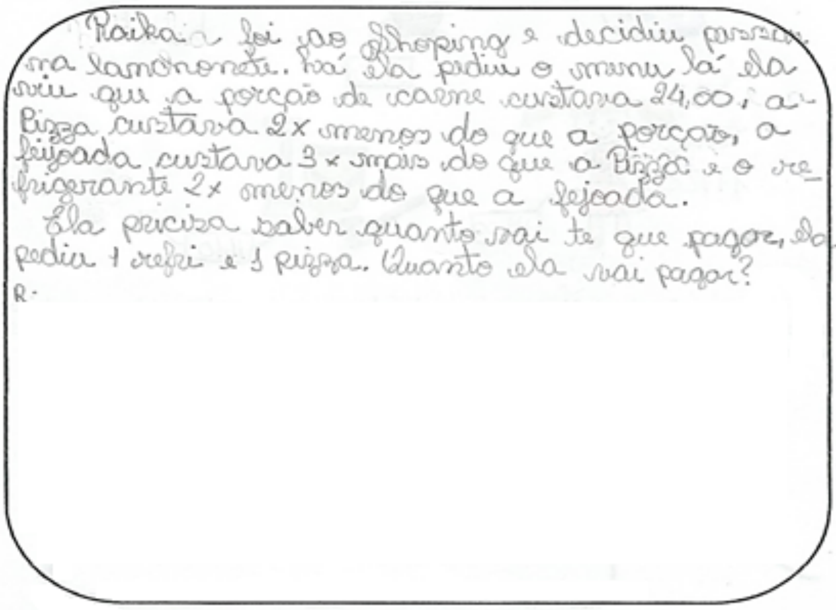
Com base nos valores que você colocou, Mariana decidiu comprar uma boneca e um barco. Como não sabia se na hora da compra escolheria mais outro brinquedo, levou no bolso uma quantia que representa 2 vezes mais o valor da compra. Quanto ela tem no bolso? Esse valor é quantas vezes mais ou quantas vezes menos que o valor do barco?

Agora é a sua vez de formular um problema que envolva as expressões "vezes mais" ou "vezes menos"! Tenho certeza que você criará um problema muito bacana!

Fonte: ALTOÉ, FREITAS, 2017, p. 15-16

Contando com a participação de 27 alunos, buscamos validar a proposta "...Vezes mais... Vezes menos..." no que diz respeito a sua capacidade de contribuir no processo de formulação de problemas envolvendo o eixo do Produto de Medidas, na classe de situações de Comparação Multiplicativa. Assim, a partir da aplicação e análise dos registros escritos dos alunos, identificamos 27 problemas formulados, dos quais 24 deles retrataram a comparação multiplicativa, sendo: 19 formulações com "vezes mais" e "vezes menos" e 5 produções com apenas a relação "vezes mais". Um exemplo que retrata a validade dessa proposta pode ser visto na Figura 20.

Figura 20: Problema do aluno A18-11


Raika foi ao shopping e decidiu passar na lamchonete. Lá ela pediu o menu lá ela viu que a porção de carne custava 24,00, a Pizza custava 2x menos do que a porção, a feijoada custava 3x mais do que a Pizza e o refrigerante 2x menos do que a fejoada.
Ela precisa saber quanto vai te que pagar, ela pedia 1 refri e 1 pizza. Quanto ela vai pagar?
R·

Fonte: ALTOÉ, 2017, p. 170

É necessário, nesse problema, encontrar o valor da pizza, da feijoada e do refrigerante, levando em consideração a relação existente entre os seus preços. Sendo assim, esquemas de comparação multiplicativa, com base nos estudos de Vergnaud (2014), poderiam ser assim estabelecidos:

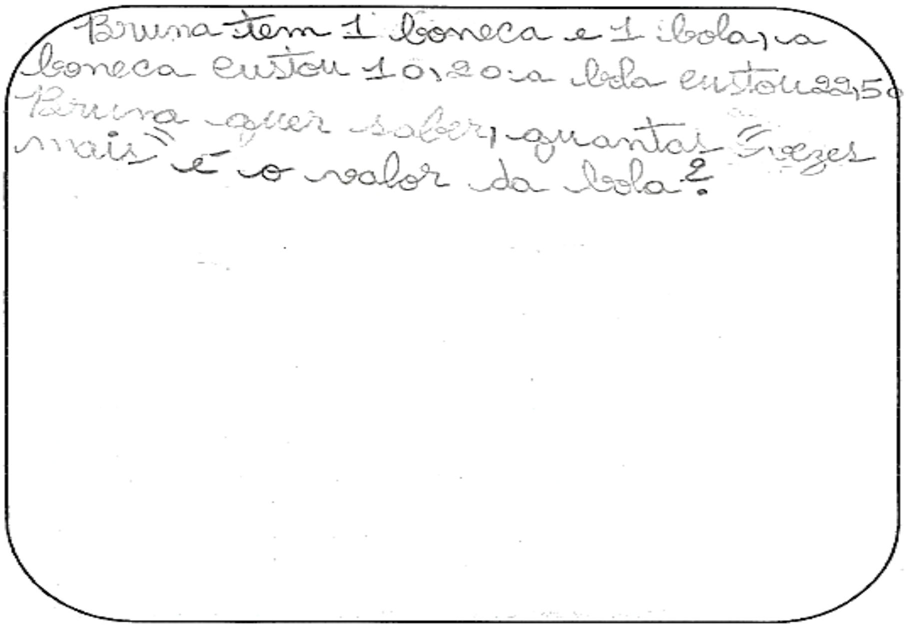
	Valor		
Pizza	y	(x2)	Divisão: busca de uma medida
Porção de Carne	R$ 24,00		2y = 24, então y = 12

	Valor		
Porção de Carne	R$ 24,00	(x3)	Multiplicação
Feijoada	z		24x3 = z, então z = 72

	Valor		
Refrigerante	w	(x2)	Divisão: busca de uma medida
Feijoada	R$ 72,00		2w = 72, então y = 36

Estranhamente, o refrigerante é caro demais se pensássemos em seu valor na vida real, e isso pode ser um fio de discussão quando esse problema fosse levado para sala de aula como proposta de atividade. Segundo Chica (2001), é importante darmos espaços para os alunos questionarem os problemas produzidos e refletir sobre eles. Assim, com esse problema, poderiam ser discutidas a multiplicação e a divisão: busca de uma medida, diferentemente do problema de A08-10 (Figura 21), que envolveu a divisão: busca de um escalar.

Figura 21: Problema do aluno A08-10


Bruna tem 1 boneca e 1 bola, a boneca custou 10,20 a bola custou 22,50. Bruna quer saber quantas vezes mais é o valor da bola?

Fonte: ALTOÉ, 2017, p. 171

No problema é assinalado que Bruna possui uma boneca e uma bola. A boneca custa R$ 10,20 e a bola, R$ 22,50. Nesse sentido, deseja-se saber quantas vezes mais é o valor da bola em relação ao valor da boneca. Estamos diante de um problema de comparação multiplicativa, cuja resolução envolve a divisão: busca de um escalar. A esquematização que representa esse problema pode ser vista abaixo.

	Valor	
Boneca →	R$ 10,20	(x *y*)
Bola →	R$ 24,00	

Divisão: busca de um escalar
$10,20y = 24$

Assim, ao dividirmos o valor da bola pelo valor da boneca encontraremos que a bola custa, aproximadamente, 2 vezes mais que o valor da boneca.

Quando, ainda, em sala de aula, os alunos terminaram de formular seus problemas, escolhemos 4 produções e as discutimos em sala de aula, cuja escolha aconteceu por meio de sorteio na lista de chamada. Os estudantes se demonstraram interessados em conhecer os problemas sorteados e, também, a resolvê-los. Dessa forma, formulações como essas podem se constituir de problemas interessantes de serem trabalhados em sala de aula, para o ensino de multiplicação e divisão em comparação multiplicativa.

4.5 Proposta 5: "Um dever de casa desafiador"

A história "Um dever de casa desafiador" busca desafiar os estudantes na formulação de problemas que envolvam a classe da configuração retangular, e que possa ser solucionados por meio de uma multiplicação ou divisão. Abaixo, apresentamos, na Figura 22, a proposta desenvolvida em sala de aula.

Figura 22: Um dever de casa desafiador

UM DEVER DE CASA DESAFIADOR

Quem gosta de fazer dever de casa? Hoje você não fará o teu dever de casa, mas ajudará o Carlinhos a fazer o seu. Vamos conhecer a história "Um dever de casa desafiador! "

Carlinhos é um menino que gosta muito de estudar. Sua professora sempre lhe prescreve algum dever de casa para ser feito e ser entregue na próxima aula. Ela disse que ele poderia utilizar uma multiplicação ou uma divisão para fazer o seu dever. A escolha seria dele e de acordo com sua imaginação.

Quando chegou em casa, Carlinhos estava muito entusiasmado para fazer seu dever de casa, mas sentiu muita dificuldade: ele nunca tinha formulado um problema!!! *E agora, o que irei fazer?* Disse ele. Sua mãe, sempre muito dedicada com os deveres de casa de seu filho, ligou para alguns de seus colegas perguntando se eles poderiam ajuda-lo com a tarefa. Adivinha para quem ela ligou? Para vocês!!!

Olá, tudo bem?

Vocês poderiam ajudar meu filho com o seu dever de casa? Não parece ser tão difícil!

Agora, vamos conhecer qual é o dever se casa de Carlinhos!

Dever de casa

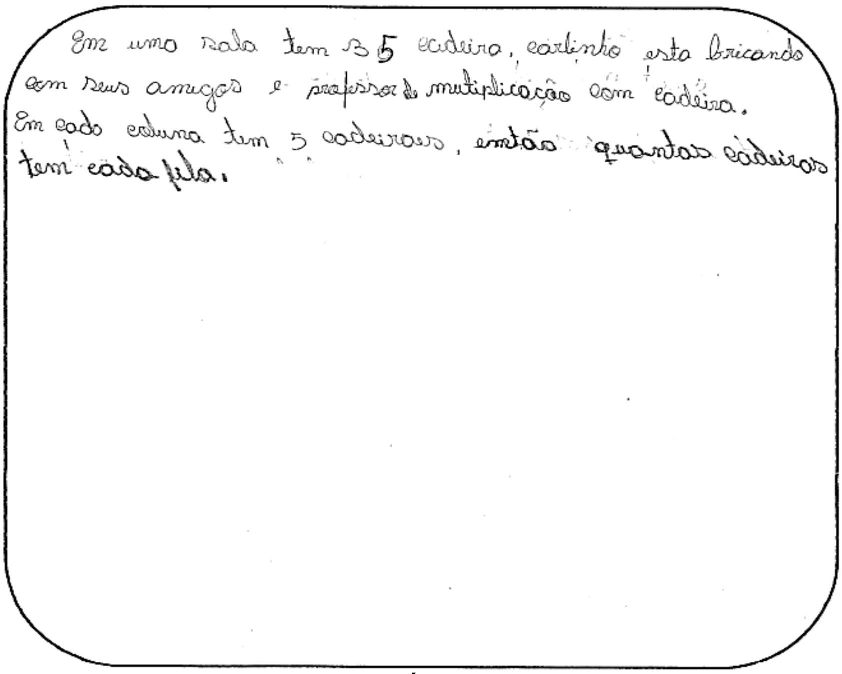
Escolha uma das imagens abaixo e formule um problema.

Fonte: ALTOÉ, FREITAS, 2017, p. 17-18

Na aplicação da história "Um dever de casa desafiador", estiveram presentes 27 estudantes, os quais se organizaram em 13 duplas e 1 aluno realizou individualmente. Assim como nas demais propostas desenvolvidas na pesquisa, se demonstraram interessados e dispostos a realizarem os comandos. Entregamos uma cópia para cada aluno e, a partir do questionamento inicial da história, iniciamos a leitura. Foram formulados 14 problemas, dos quais 7 se constituíram de propostas na respectiva classe. Os demais versaram, essencialmente, ao cálculo de adição, subtração, multiplicação ou divisão em outros contextos (proporção simples e comparação multiplicativa).

O comando da atividade solicita que seja formulado um problema envolvendo uma das três imagens apresentadas pela professora de Carlinhos. Assim, neste trabalho, apresentaremos o problema envolvendo as carteiras, conforme apresentado na Figura 23.

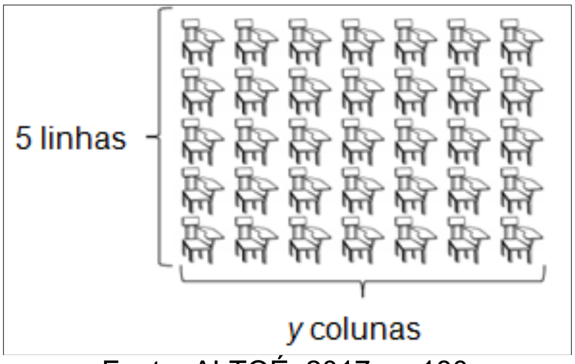
Figura 23: Problema da dupla A03-10 e A22-11


Em uma sala tem 35 cadeira, carlinho esta bricando com seus amigos e professor do multiplicação com cadeira. Em cada coluna tem 5 cadeiras, então quantas cadeiras tem cada fila.

Fonte: ALTOÉ, 2017, p. 180

A proposta da dupla A03-10 e A22-11 toma por base a imagem das carteiras de uma sala de aula. A dupla conseguiu formular uma proposta que se encaixou nessa perspectiva e que pode ser resolvida por meio de uma divisão. Na Figura 24, apresentamos o esquema retangular.

Figura 24: Esquema da configuração retangular no problema das carteiras



Fonte: ALTOÉ, 2017, p. 180

Como vemos, as carteiras estão organizadas em y colunas, cada qual com 5 carteiras em cada coluna, o que leva a 5 linhas. Nessa ótica, os cálculos seriam realizados comparando a organização das carteiras com um formato retangular, cuja área seria determinada multiplicando o tamanho da base pela altura. Assim, teríamos a base do retângulo com y colunas e altura com 5 carteiras, o que resultaria em:

5 carteiras x *y* colunas = 35 carteiras

y colunas = 35 carteiras ÷ 5 carteiras

Portanto, a resposta seria igual a 7 colunas, o que leva a considerarmos 5 carteiras em 7 colunas. Pensando por esse lado, o problema foi resolvido por meio de uma divisão que, segundo Vergnaud (2014), tem como objetivo encontrar medidas elementares (linhas ou colunas), conhecendo-se a outra e a medida-produto. Para esse exemplo, as medidas elementares eram 5 e 7, e a medida-produto 35.

Portanto, a proposta “Um dever de casa desafiador” pode ser considerada válida nos estudos de multiplicação e divisão, no Campo Conceitual Multiplicativo, não só pela possibilidade dos estudantes de formularem seus problemas, mas pelo fato das produções permitirem debates sobre situações que envolvem configuração retangular.

Considerações Finais

A partir das análises realizadas na pesquisa, pôde-se concluir que as propostas, em formato de história, que constituem o Paradidático em questão, podem contribuir no ensino de multiplicação e divisão, na medida em que proporcionaram a formulação de problemas, os quais atendiam aos eixos e as classes do Campo Conceitual Multiplicativo, levando os estudantes a vivenciarem situações-problemas com potencial educativo.

Ao dar abertura para que o processo de formulação de problemas ocorresse, os alunos foram levados a produzirem seus problemas, carregados de motivação, interesses e vivências pessoais, fatos que justificaram o desejo em resolvê-los. Ao realizarmos dois Grupos Focais com os alunos, em busca de compreendermos aspectos relativos àqueles momentos vivenciados em sala de aula, apontaram que os problemas propostos pelos professores são legais, mas os problemas formulados por eles são mais interessantes e despertam mais interesse pela resolução.

Assim, esperamos que nosso produto educacional seja mais um ponto de partida para os estudos de multiplicação e divisão, envolvendo os estudantes nas aulas de matemática e despertando o interesse pela resolução de problemas. Que o fruto das experimentações, em sala de aula, instigue professores a encontrarem, na

Formulação de Problemas, o caminho promissor e incentivador do protagonismo discente na aprendizagem matemática.

Referências

ALMOULOUD, S. A.; COUTINHO, C. D. Q. E. S. Engenharia Didática: características e seus usos em trabalhos apresentados no GT-19/ANPEd. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 3, n. 1, p. 62-77, 2008.

ALTOÉ, R. O. **Formulação de problemas do campo conceitual multiplicativo no ensino fundamental:** uma prática inserida na metodologia de resolução de problemas. 2017. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) - Instituto Federal do Espírito Santo, Vitória.

ALTOÉ, R. O.; FREITAS, R. C. O. **Formulação de Problemas: multiplicação e divisão**. Vitória: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo, 23 p. 2017.

BOAVIDA, A. M. R. *et al*. A Experiência Matemática no Ensino Básico. *In*: **Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico**. Lisboa/PT, p. 27-30, 2008.

CHICA, C. H. Por que formular problemas? *In*: **Ler, escrever e resolver problemas**: habilidades básicas para aprender matemática. 1. ed. reimp. São Paulo: Artmed, p. 151-173, 2001.

DANTE, L. R. **Formulação e resolução de problemas de matemática**: teoria e prática. 1. ed. São Paulo: Ática, 2009.

DALCIN, A. **Um olhar sobre o paradidático de matemática**. 2002. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Faculdade de Educação, UNICAMP.

D'AMORE, B. **Il problema di matematica nella pratica didattica**. 1. ed. Modena: Digital Docet, 2014.

ENGLISH, L. D. Children's problem posing within formal and informal context. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 29, n. 1, p. 83-106, 1998.

GONTIJO, C. H. **Relações entre criatividade, criatividade em matemática e motivação em matemática de alunos do ensino médio**. 2007. Tese (Doutorado em Psicologia) – Universidade de Brasília, Brasília.

KILPATRICK, J. Problem formulating: where do good problems come from? *In*: SCHOENFELD, A. H (Ed). **Cognitive science and mathematics education**. Hillsdale, NJ: Erlbaum, p. 123-147, 1987.

MEDEIROS, K. M.; SANTOS, A. J. Uma experiência didáctica com a Formulação de Problemas matemáticos. **Zetetiké**. v. 15, n. 28, p. 87-118, 2007.

MEDEIROS, K. M.; SANTIAGO, M. S. Formulação e resolução de problemas matemáticos na sala de aula: explicitando o intertexto. *In*: **XXIV Seminário de Investigação em Educação Matemática**. Braga: APM & CIEd da Universidade de Minho, p. 583-585, 2013.

MOREIRA, M. A. **Teorias de aprendizagem**. 2. ed. ampl. reimpr. São Paulo: E.P.U, 2015.

MUNAKATA, K. **Produzindo livros didáticos e paradidáticos**. 1997. Tese (Doutorado em História e Filosofia da Educação) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo.

NCTM. An Agenda for Action: Recommendations for School Mathematics in the 1980's. Reston, VA: **National Council of Teachers of Mathematics**, 1980.

PAIS, L. C. **Didática da matemática**: uma análise da influência francesa. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

SILVER, E. A. On mathematical problem posing. *In*: **For the Learning of Mathematical**. v. 14, n. 1, p. 19-28, 1994.

SOLÉ, I. Disponibilidade para a aprendizagem e sentido da aprendizagem. *In*: COLL, C. *et al*. **O construtivismo na sala de aula**. Tradução de Claúdia Schilling. 6. ed. São Paulo: Ática, p. 29-55, 2009.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade**: problemas do ensino de matemática na escola elementar. Trad. Maria Lucia Faria Moro. 3. ed. rev. Curitiba: Ed. da UFPR, 2014.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 1996.

Recebido em: 07/06/2019
Aprovado em: 28/07/2019