



Edição Especial

X Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática
Universidade Estadual do Norte do Paraná – Cornélio Procopio (PR), 2024

UM OLHAR PARA OS DISCURSOS DE PROFESSORES DURANTE E APÓS O DESENVOLVIMENTO DE PRÁTICAS PEDAGÓGICAS QUE ARTICULAM HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E MODELAGEM MATEMÁTICA

*A LOOK AT TEACHERS' DISCOURSES DURING AND AFTER THE
DEVELOPMENT OF PEDAGOGICAL PRACTICES THAT ARTICULATE THE
HISTORY OF MATHEMATICS AND MATHEMATICAL MODELING*

Ana Caroline Frigéri Barboza¹
Érica Gambarotto Jardim Bergamim²
Lilian Akemi Kato³

Resumo

Este estudo tem por objetivo identificar as ocorrências relacionadas aos objetivos da História da Matemática (HM) e as perspectivas da Modelagem Matemática (MM) manifestadas durante e após o desenvolvimento de duas práticas pedagógicas que as articulam. Nesse sentido, o estudo considerou os discursos de professores em relação aos diferentes momentos (durante e após) das práticas pedagógicas. Por meio de uma análise vertical, que olhou para as permanências e emergências de entendimentos que ocorreram durante e após o desenvolvimento de cada prática, bem como por meio de uma análise horizontal, que se direcionou para as relações entre os objetivos da HM e as perspectivas da MM, os resultados apresentados indicam que: em relação à primeira prática pedagógica, houve permanência da *HM como ferramenta* e da *perspectiva educacional conceitual da MM* durante e após, indicando uma coerência de relação entre esse objetivo e essa perspectiva; quanto à segunda prática, houve predominância da *HM como ferramenta* no durante e da *HM como meta* no momento após o desenvolvimento da prática, enquanto a *perspectiva sociocrítica*

¹ Mestra e Universidade Estadual de Maringá (UEM).

² Doutora e Secretaria de Educação Estadual do Paraná (SEED-PR).

³ Doutora e Universidade Estadual de Maringá (UEM).



X EPMEM

Encontro Paranaense de Modelagem
na Educação Matemática

da MM permaneceu predominante nos dois momentos. Conclui-se, a partir desses resultados, que é possível obter um *framework* de relações entre os objetivos da HM e as perspectivas da MM e, também, que é preciso ter ciência sobre os objetivos e as perspectivas em termos de relações entre elas para o desenvolvimento de práticas pedagógicas que articulam HM e MM.

Palavras-chave: Modelagem no contexto da Educação Matemática; História na Educação Matemática; Práticas pedagógicas.

Abstract

This study aims to identify occurrences related to the objectives of the History of Mathematics (HM) and the perspectives of Mathematical Modeling (MM) manifested during and after the development of two pedagogical practices that articulate them. In this sense, the study considered the discourses of teachers in relation to the different moments (during and after) of the pedagogical practices. Through a vertical analysis, which looked at the permanence and emergence of understandings that occurred during and after the development of each practice, as well as through a horizontal analysis, which focused on the relationships between the objectives of HM and the perspectives of MM, the results presented indicate that: in relation to the first pedagogical practice, there was permanence of HM as a tool and of the conceptual educational perspective of MM during and after, indicating a coherent relationship between this objective and this perspective; as for the second practice, there was a predominance of HM as a tool during and HM as a goal after the development of the practice, while the socio-critical perspective of MM remained predominant in both moments. It is concluded, from these results, that it is possible to obtain a framework of relationships between the objectives of HM and the perspectives of MM and, also, that it is necessary to be aware of the objectives and perspectives in terms of relationships between them for the development of pedagogical practices that articulate HM and MM.

Keywords: Modeling in the context of Mathematics Education; History in Mathematics Education; Pedagogical practices.

Introdução

Pesquisas que abordam, de algum modo, articulações entre História da Matemática (HM) e Modelagem Matemática (MM) vêm sendo desenvolvidas em âmbito nacional (Souza, 2011; Alvim, 2023; Bergamim; Barboza; Kato, 2023; Bergamim; Kato, 2024; Bergamim, 2024; Barboza; Bergamim; Kato, 2024a; Barboza; Bergamim; Kato, 2024b) e internacional (Farmaki; Paschos, 2007; Kjeldsen; Blomhøj, 2012; Gosztonyi, 2021). Wichinoski e Klüber (2019), ao discutirem sobre articulações que não especificamente entre HM e MM, mas entre Investigação Matemática e outras tendências metodológicas, afirmam que quando se intenciona relacioná-las é preciso haver clareza quanto aos objetivos e particularidades de cada uma, o que

consideramos como assertiva coesa quando se busca articular tendências, em particular, HM e MM.

Direcionando o olhar para os objetivos de se fazer uso da HM e da MM, apontamos as pesquisas de Jankvist (2009) e Kaiser e Sriraman (2006), respectivamente. A pesquisa de Jankvist (2009) indica dois objetivos principais ao se fazer uso da HM como recurso pedagógico: *história como ferramenta* e *história como meta*. Já a pesquisa de Kaiser e Sriraman (2006) diz respeito a um levantamento bibliográfico que contemplou trabalhos alusivos a atividades de MM, em que a partir desse levantamento as autoras sinalizaram algumas perspectivas de MM quanto às diferentes intencionalidades ao se propor tais atividades, sendo elas: *perspectivas realística, contextual, educacional (didática e conceitual), sociocrítica, epistemológica e cognitiva*.

Conforme apresentado em estudos anteriores (Barboza; Bergamim; Kato, 2024a; Barboza; Bergamim; Kato, 2024b), observamos relações entre os objetivos da HM e as perspectivas da MM. O estudo de Barboza, Bergamim e Kato (2024a) evidenciou, a partir de trabalhos que contemplavam HM e MM em práticas pedagógicas desenvolvidas, algumas relações entre os objetivos e perspectivas que se mostraram presentes. Por sua vez, o estudo de Barboza, Bergamim e Kato (2024b) buscou investigar os objetivos da HM e as perspectivas da MM identificados nos discursos de professores de Matemática quando refletem sobre práticas pedagógicas que as articulam.

Levando isso em consideração, salientamos que o presente estudo se constitui de uma versão ampliada e melhorada do estudo de Barboza, Bergamim e Kato (2024b), publicado nos anais da X edição do Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática. Considerando as ocorrências de objetivos da HM e de perspectivas da MM nos discursos dos professores após o desenvolvimento de duas práticas pedagógicas que as articulam, tivemos por inquietação identificá-las também durante desenvolvimento dessas práticas, buscando evidenciar as permanências e emergências dos objetivos e perspectivas.

Nosso intuito, então, é responder a seguinte problemática: Que objetivos da HM e perspectivas da MM são manifestados durante e após o desenvolvimento de duas práticas pedagógicas que as articulam? Em outras palavras, nosso objetivo é identificar as ocorrências relacionadas aos objetivos da HM e as perspectivas da MM manifestadas durante e após o desenvolvimento de duas práticas pedagógicas que

as articulam. Destacamos que nosso entendimento, neste estudo, a respeito da expressão “práticas pedagógicas” se direciona a toda ação docente que possa estar atrelada a processos de ensino com foco na prática em sala aula, como planejamento, desenvolvimento e discussões de atividades que contemplem articulações entre HM e MM.

Desse modo, nas seções que seguem apresentamos o referencial teórico que subsidiou nosso processo analítico, os procedimentos metodológicos adotados para este estudo bem como nossos olhares, na apresentação e análise dos dados, quanto a que objetivos da HM e que perspectivas da MM são manifestados durante e após o desenvolvimento de duas práticas pedagógicas que as articulam. Por fim, nas considerações finais, apresentamos reflexões diante todo o exposto.

Aporte teórico

Articulações entre tendências metodológicas da Educação Matemática estão sendo defendidas há algum tempo em documentos oficiais que norteiam a educação paranaense. Essa ideia é corroborada quando observamos que as Diretrizes Curriculares da Educação Básica do Estado do Paraná (2008) já sugeriam uma articulação entre tendências para o ensino de Matemática. No referido documento, isso era evidente, pois na seção em que era discutido sobre as tendências, havia uma subseção intitulada “Articulando as diferentes tendências”, em que defendiam explicitamente as articulações. Nessa subseção, advogavam que “sempre que possível, o ideal é promover uma articulação entre elas” e ainda sugeriam “que as tendências se articulem com enfoque nos conteúdos matemáticos” (Paraná, 2008, p. 68).

Em documentos mais recentes, como o Currículo da Rede Estadual Paranaense (2018), voltado para o nível do Ensino Fundamental II, também há a defesa de articulações entre as tendências metodológicas da Educação Matemática, embora de forma mais sutil. Isso pode ser notado quando olhamos para o seguinte excerto do documento:

Essas metodologias se articulam, direcionando o trabalho para a formação do pensamento matemático do estudante, trazendo a matemática ao seu dia a dia de forma contextualizada e significativa. A Matemática é construída ao longo dos tempos e com avanços da humanidade e, com isso, entende-se que a contextualização deste

componente se faz de forma significativa quando respeitada essa construção. Com isso, deve haver uma organização de planejamento com articulações de metodologias que sejam coerentes e significativas para o estudante (Paraná, 2018, p. 6-7).

Esses documentos trazem a ideia de que as diferentes metodologias podem ser complementares e, em especial, esse último, acena para a importância do planejamento ao buscar estabelecer articulações entre elas. Logo, faz-se relevante termos clareza sobre o que significa articular e de que forma as metodologias se complementam bem como as intencionalidades pedagógicas ao fazê-las. Tendo isso em vista, destacamos que neste estudo o nosso foco se volta para articulações entre HM e MM, levando em consideração o fato de que há pesquisas que mostram as potencialidades que articulações entre essas duas tendências podem ter nos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática (Bergamim; Kato, 2024).

Nesse sentido, ressaltamos que segundo Bergamim e Kato (2024, p. 181), a expressão articular HM e MM “significa juntá-las/relacioná-las em atividades voltadas para o processo de ensino e de aprendizagem de Matemática, contemplando diferentes formas de interação e integração entre elas”, sendo este o entendimento assumido neste estudo a respeito da expressão. Cientes disso, também consideramos importante ressaltar o que é apontado por Wichinoski e Klüber (2019, p. 539), ao discutirem sobre articulações entre Investigação Matemática e outras tendências metodológicas e afirmarem que “qualquer tentativa de inter-relacioná-las requer clareza das particularidades, das regiões de inquérito, da epistemologia e dos objetivos de ensino de cada uma das Tendências”. Entendemos que essa afirmação é coerente e deve ser considerada quando buscamos articular quaisquer tendências, particularmente, HM e MM. Com base nisso, olhamos para os objetivos de se fazer uso pedagógico da HM e da MM e, para tal, nos pautamos em pesquisas clássicas que abordam sobre HM (Jankvist, 2009) e MM (Kaiser; Sriraman, 2006) nesse viés.

No que se refere à HM, Jankvist (2009) aponta dois objetivos ao se fazer uso dela como recurso pedagógico, os quais são relativos à *história como ferramenta* e à *história como meta*. Segundo esse autor, utiliza-se a *história como ferramenta* quando o interesse se volta a contribuir para a aprendizagem dos estudantes, de modo a favorecer contribuições atreladas a aspectos motivacionais e afetivos (despertar interesse e entusiasmo), cognitivos (explorar diversas representações de um conceito no decorrer da história e a identificação de obstáculos epistemológicos) e evolutivos

(perpassar por processos semelhantes de construção dos conceitos e procedimentos matemáticos de acordo com a evolução histórica).

Quanto à *história como meta*, Jankvist (2009, p. 239, tradução nossa) indica que “ao usar a história como meta, a aprendizagem dos aspectos desenvolvimentais e evolutivos da matemática serve como um objetivo em si ou serve para ilustrar outros aspectos históricos da disciplina”. Desse modo, utiliza-se a *história como meta* quando o foco se volta a conhecer sobre o desenvolvimento da Matemática e sua história, sendo esse o objetivo em si. Assim, ao se fazer uso da história como meta, o interesse é discutir sobre o desenvolvimento da Matemática e sua influência na sociedade e vice-versa. Nesse sentido, considerando esses dois objetivos de se fazer uso da HM, entendemos que um mesmo episódio histórico pode ser usado de diferentes formas a depender do objetivo pedagógico que se tem ao fazer uso dele, o que está em conformidade com o apresentado por Gosztonyi (2021).

Em relação à MM, Kaiser e Sriraman (2006) apontam perspectivas que englobam diferentes objetivos e intencionalidades ao se propor atividades de MM. Ao analisar os objetivos dessas atividades, as autoras apresentaram seis perspectivas de MM, a saber: *realística*, *contextual*, *educacional (didática e conceitual)*, *sociocrítica*, *epistemológica* e *cognitiva*. A *perspectiva realística* volta-se para a resolução de problemas reais com foco na competência de modelagem. A *perspectiva contextual* diz respeito à contextualização e aplicabilidade de conteúdos matemáticos levando em consideração aspectos motivacionais.

A *perspectiva educacional*, subdividida em *educacional didática* e *educacional conceitual*, remete-se à integração de modelos matemáticos no ensino de Matemática. Quando o foco se direciona para a aprendizagem que se dá por meio da construção/desenvolvimento dos modelos, tem-se a *educacional didática*, e quando a intenção é discutir os conceitos envolvidos nos modelos, tem-se a *educacional conceitual*. A *perspectiva sociocrítica* se direciona à compreensão crítica da Matemática e seus usos na sociedade. A *perspectiva epistemológica* tem como foco a promoção do desenvolvimento da Matemática enquanto teoria. Já a *perspectiva cognitiva*, se relaciona aos processos cognitivos que atividades de MM suscitam (Kaiser; Sriraman, 2006).

Ressaltamos que em termos de relações entre HM e MM, parte do estudo de Barboza, Bergamim e Kato (2024a) analisou trabalhos que contemplavam HM e MM em práticas pedagógicas desenvolvidas tanto no âmbito da Educação Básica quanto

no âmbito do Ensino Superior e observou que “[...] houve predominância da perspectiva educacional, tanto conceitual quando didática, quando o objetivo estava relacionado à HM como ferramenta, e predominância da perspectiva sociocrítica quando o objetivo se vincula à HM como meta” (p. 6).

As autoras mencionam que essas relações entre os objetivos da HM e as perspectivas da MM encontradas nos trabalhos analisados vai ao encontro do que é apontado em relação às particularidades das tendências metodológicas, pois

Ao se fazer uso da HM como ferramenta, esta visa à aprendizagem dos conceitos matemáticos estudados e, portanto, mostra-se consonante com a perspectiva educacional da MM que aspira à introdução ou mobilização de conceitos matemáticos. Do mesmo modo, ao se fazer uso da HM como meta, busca-se olhar para o desenvolvimento da Matemática (conhecer a HM em si), o que se mostra convergente com a MM na perspectiva sociocrítica, pois esta enfatiza o olhar crítico sobre o uso da Matemática na sociedade. Isso destaca que as intencionalidades pedagógicas da HM e da MM referentes às práticas pedagógicas expostas mostram-se alinhadas, ainda que de forma implícita, o que pode fortalecer articulações entre elas (Barboza; Bergamim; Kato, 2024a, p. 6-7).

Em vistas ao apresentado, entendemos que olhar para práticas pedagógicas que articulam HM e MM requer evidenciar os objetivos de ambas ao se fazer uso delas, ou seja, suas particularidades devem ser contempladas. Diante disso, na próxima seção apresentamos brevemente duas práticas pedagógicas que articularam HM e MM e, na sequência, analisamos com lentes teóricas baseadas nas ideias dos autores explicitados nesta seção, que objetivos da HM e que perspectivas da MM os participantes dessas duas práticas manifestaram durante e após o desenvolvimento das práticas.

Encaminhamentos metodológicos

Tendo em vista o objetivo deste estudo, que é identificar as ocorrências relacionadas aos objetivos da HM e as perspectivas da MM manifestadas durante e após o desenvolvimento de duas práticas pedagógicas que as articulam, o classificamos como de natureza qualitativa. Segundo D'Ambrosio (2004, p. 12-13), a pesquisa qualitativa “tem como foco entender e interpretar dados e discursos [...] A sua metodologia por excelência repousa sobre a interpretação e várias técnicas de análise de discurso”. Além disso, para Bicudo (2012, p. 17), essa especificidade de

pesquisa se caracteriza como “um modo de proceder que permite colocar em relevo o sujeito do processo [...]”. Em nosso estudo, ao considerarmos os discursos de professores de Matemática, a intenção é trazer discussões e reflexões a respeito dos objetivos da HM (Jankvist, 2009) e das perspectivas da MM (Kaiser; Sriraman, 2006) em relação ao que é manifestado por eles durante e após o desenvolvimento de duas práticas pedagógicas que articulam HM e MM.

De modo a contextualizar as duas práticas evidenciadas, ressaltamos que estas advêm do curso de extensão “Práticas Formativas com HM e MM” desenvolvido na tese de Bergamim (2024). A primeira prática pedagógica, intitulada “Medindo a circunferência da Terra”, teve por objetivo possibilitar um processo de ensino e de aprendizagem que gerasse compreensão dos tópicos matemáticos estudados e atitudes desejáveis para a formação do aluno. Nessa prática, com base no modelo matemático de Eratóstenes, a intenção era de que os participantes pudessem analisá-lo e reformulá-lo, levando em consideração aspectos do presente, para que fosse possível atribuir significados aos conteúdos abordados em meio à prática pedagógica e, também, pudessem desenvolver atitudes de autonomia e criticidade frente a esses conteúdos.

Quanto à segunda prática pedagógica, intitulada “Discutindo a dinâmica de populações”, esta teve por objetivo evidenciar os aspectos humanos, sociais, científicos e culturais atrelados ao desenvolvimento de modelos matemáticos e as relações da Matemática com outras áreas de conhecimento. Nessa prática, considerando os modelos matemáticos de Malthus e de Verhulst, o intuito era de que esses modelos promovessem discussões, entre os participantes, sobre seus papéis na sociedade e as influências de aspectos sociais e humanos nos seus desenvolvimentos, para que fosse possível entender sobre desenvolvimentos da Matemática e suas relações com outras áreas.

Tais práticas pedagógicas⁴ foram desenvolvidas com quatorze professores de Matemática, alguns em formação inicial e outros em formação continuada, sendo oito licenciandos em Matemática, três professores da Educação Básica e três alunos de mestrado com pesquisa relacionada à HM ou à MM. Os dados deste estudo advêm dos discursos dos professores durante o desenvolvimento das duas práticas pedagógicas no curso de extensão, como também dos discursos atrelados a um

⁴ Para mais detalhes a respeito das duas práticas pedagógicas evidenciadas, consultar Bergamim (2024).

questionamento feito após o desenvolvimento das referidas práticas durante o curso de extensão, após apresentarem uma síntese a respeito do desenvolvimento delas, e de entrevistas semiestruturadas realizadas após o curso. Isto é, os dados apresentados dizem respeito aos discursos⁵ manifestados pelos professores durante e após o desenvolvimento das referidas práticas pedagógicas que articulam HM e MM.

No que se refere ao processo analítico, este sucedeu-se por meio de uma análise qualitativa interpretativa dos dados. Em termos da organização, esclarecemos que a exposição dos resultados e discussões das duas práticas pedagógicas foi realizada de modo individual, tendo em vista que as práticas continham objetivos diferentes. Quanto à análise desenvolvida para cada uma, buscamos analisar quadros sínteses (Quadro 1 e Quadro 2) relativos às ocorrências de objetivos da HM e de perspectivas da MM de modo a fazer uma análise vertical que visa olhar para as permanências e emergências de entendimentos que ocorreram durante e após o desenvolvimento de cada prática. A partir dessa análise inicial, aprofundamos a análise vertical de modo a olhar para os discursos dos professores nos dois momentos (durante e após) para observar se houve modificações em relação aos motivos que ocasionaram as ocorrências dos objetivos da HM e das perspectivas da MM em termos das permanências destes. Posteriormente, realizamos uma análise horizontal que olhou para as relações entre os objetivos da HM e as perspectivas da MM.

Apresentação e análise dos dados

Prática pedagógica “Medindo a circunferência da Terra”

A fim de trazer uma visão geral para o leitor sobre as ocorrências de objetivos da HM e de perspectivas da MM na prática pedagógica intitulada “Medindo a circunferência da Terra”, apresentamos o Quadro 1.

⁵ Tais discursos foram advindos das transcrições de gravações de áudios realizadas durante e após o desenvolvimento das duas práticas pedagógicas e de gravações em vídeos, via *Google Meet*, referentes às entrevistas semiestruturadas.

Quadro 1: Ocorrências dos objetivos da HM e das perspectivas da MM na primeira prática pedagógica

DURANTE O DESENVOLVIMENTO	
Objetivos da HM	Perspectivas da MM
Ferramenta (23) Meta (3)	Educacional Conceitual (48) Epistemológica (1) Sociocrítica (1)
APÓS O DESENVOLVIMENTO	
Objetivos da HM	Perspectivas da MM
Ferramenta (10)	Educacional Conceitual (4) Educacional Didática (2)

Fonte: As autoras

Ao fazermos uma análise vertical deste quadro, observamos que, em vista dos objetivos da HM, o que predominou *durante* e *após* o desenvolvimento da referida prática foi a *HM como ferramenta*, indicando uma permanência desse objetivo. Em relação às perspectivas da MM, o que predominou foi a *perspectiva educacional conceitual*, indicando assim uma permanência dessa perspectiva. Isto converge para uma coerência de alinhamento entre o objetivo que se tinha com a prática e o que ocorreu em seu desenvolvimento e, ainda, para uma coerência no que diz respeito ao que os participantes reconheceram *após* seu desenvolvimento.

Também notamos que emergiram objetivos da HM e perspectivas da MM *durante* e *após* o desenvolvimento da referida prática. No que se refere à MM, isso está em consonância com o que é trazido por Almeida, Silva e Vertuan (2012) ao mencionarem que uma mesma atividade de MM pode contemplar mais de uma perspectiva simultaneamente e que a predominância de uma perspectiva está relacionada aos propósitos pedagógicos envolvidos na atividade, o que influencia, inclusive, o modo de o professor conduzir a atividade.

Dito isso, esclarecemos que compreendemos essas emergências sob dois enfoques: emergência em momento posterior ao desenvolvimento da prática e emergência para além da intencionalidade pedagógica. Direcionando nosso olhar para o primeiro tipo de emergência, notamos a *perspectiva educacional didática da MM após* o desenvolvimento. Acreditamos que dentre fatores que podem ter ocasionado a emergência desta perspectiva seja o fato de que os participantes, no momento de desenvolvimento da prática, assumiram o papel de alunos e, no momento após o desenvolvimento, assumiram o papel de professores, ou seja, faz sentido a *perspectiva educacional didática da MM* emergir, pois suas posturas eram de

professores que refletem sobre uma prática pedagógica que articula HM e MM. Ao evidenciarmos esses momentos da prática pedagógica (durante e após) isto se relaciona ao que é apontado por Barbosa (2004) quando afirma que ao se trabalhar com MM na formação de professores, estes devem assumir o papel de alunos e de professores.

Diante disso, a partir de agora analisamos os discursos dos participantes e apresentamos alguns excertos representativos das ocorrências evidenciadas em termos da permanência dos objetivos da HM e das perspectivas da MM nos diferentes momentos. Para isso, analisamos os discursos com a intenção de identificar se houve modificação em termos daquilo que justifica a fala se direcionar para um determinado objetivo da HM ou perspectiva da MM.

Nesse sentido, como já evidenciado, o que predominou nessa primeira prática pedagógica foi a *HM como ferramenta e a perspectiva educacional conceitual da MM*. Contudo, notamos que nos discursos dos participantes, embora tenham ocorrido convergências de classificações, houve motivos diferentes para essas classificações nos diferentes momentos (**durante** e **após**). Isso pode ser observado, por exemplo, nos dois excertos a seguir, em que o primeiro foi proferido durante e, o segundo, após o desenvolvimento da prática.

Alice⁶: Bom, a primeira coisa que nosso grupo fez foi dar uma olhada né no que o Eratóstenes fez, realmente entender ali no papel o que o Eratóstenes pensou. No caso dele, diferentemente da gente que já colocou as duas sombras... Mas, no caso dele como em uma cidade não fazia sombra, então ficou fácil né. Ele só olhou pra cá. Ele só precisava descobrir esse ângulo, e por ele ser interno ele já conseguiu o ângulo que ele queria [...] Só que a questão é: a gente pensou que no nosso caso as duas cidades teriam sombra e aí nós teríamos essa configuração. Aí a gente falou vamos tentar achar uma relação entre esses ângulos.

Helena: [...] Mas essa atividade de medir, de ver a parte histórica né, por que... e pensar que deu certo, que ainda é praticamente a medida que tem hoje. Ah mas errou por metros, por quilômetros, que seja... me poupe né. Mas, assim, eu fico muito impressionada com isso e eu acho que esse tipo de atividade... o aluno e a gente também, a gente fica curioso. É a curiosidade matemática eu acho que esse tipo de atividade chama o aluno para você. Se você tivesse chegado e passado um monte de conta pra gente fazer, a gente ia fazer e não ia relacionar a nada. E também as vezes a gente pensa assim olha nossa pra quê trigonometria? E era uma atividade cheia de trigonometria, você precisava saber conceitos que às vezes você fala ali tão

⁶ Os nomes são fictícios para preservação da identidade dos participantes.

rapidinho e o aluno pergunta porque saber isso e você fala é para saber. [...]

Vejamos que esses excertos se referem à *HM como ferramenta*. No primeiro, a *HM como ferramenta* é apresentada em um aspecto evolutivo (Jankvist, 2009), no sentido de que os participantes observaram o modelo de Eratóstenes para compreenderem esse modelo e depois pensaram em estratégias matemáticas para construir o modelo deles considerando as condições do problema que tinham que resolver naquele momento. No segundo excerto, a *HM como ferramenta* se mostra relacionada a um aspecto motivacional, de chamar a atenção do aluno e mostrar as aplicações da Matemática. Consideramos que essas diferentes ênfases decorrem dos papéis dos participantes nos momentos diferentes (*durante* e *após* o desenvolvimento da prática), pois *durante* assumiram o papel de estudantes tentando resolver e *após* deixaram manifestar seu papel de professores buscando refletir ao olhar para sua prática docente.

Ao direcionar o olhar para a *perspectiva educacional da MM* que predominou durante e após o desenvolvimento dessa primeira prática pedagógica, trazemos o seguinte excerto representativo, relativo ao *durante*:

Pedro: Deixa eu ver onde você usou seno? [...]

André: Aí eu peguei esse ângulo aqui que é o que a gente quer saber. Aí peguei seno, o cateto oposto pela hipotenusa. Aí agora é só usar o arcoseno.

Pedro: Mas, aí é a mesma coisa de você usar a tangente que a gente falou, que é cateto oposto sobre o adjacente. [...]

André: Ah não sabia disso não. Por que dá esse ângulo?

Pedro: Porque é a tangente. Ai você usava a tangente. Agora eu entendi porque você quis usar a hipotenusa. [...]

André: Eu nunca achei que a tangente dava esse ângulo aqui não.

Pedro: É que daí a tangente disso daqui é o oposto pelo adjacente né.

Érica: Certo.

Pedro: Aí ele fez o seno, que é o cateto oposto pela hipotenusa.

Érica: Ahhh tá.

Pedro: Por isso que ele queria a hipotenusa.

André: É porque realmente eu não sabia que a tangente seria esse por esse.

Vejamos que nesse excerto há uma discussão entre os participantes, em que um deles manifesta não saber que poderia calcular a tangente de um ângulo por meio da razão entre o cateto oposto e o cateto adjacente e outro integrante o ajuda a entender que essa relação é válida. Nesse contexto, podemos considerar que houve

a ocorrência tanto da *perspectiva educacional conceitual* por mobilização de conceitos, quanto da *perspectiva educacional didática* por ter ocorrido a aprendizagem de um conceito.

Por sua vez, *após* o desenvolvimento da prática pedagógica, trazemos este excerto representativo: “*Sim, acho que a primeira atividade a gente foi mais profundo numa matemática teórica talvez, porque a gente foi pensar em senos, cossenos, ângulos alternos internos [...]*”. Podemos notar que neste excerto os integrantes, depois do desenvolvimento da prática, reconheceram que na referida prática houve mobilização de conceitos, convergindo para a *perspectiva educacional conceitual*.

Ao olharmos horizontalmente para os resultados apresentados no Quadro 1, observamos que *durante* e *após* o desenvolvimento da prática pedagógica houve predominância da *HM como ferramenta* e da *perspectiva educacional conceitual da MM* em termos das manifestações dos discursos, como já evidenciado. De acordo com o já apresentado em Barboza, Bergamim e Kato (2024a), isto dialoga com o que se observa em outros trabalhos que já abordaram sobre HM e MM em práticas voltadas para a sala de aula, pois no referido estudo é mostrado que quando a HM é usada como ferramenta, a perspectiva da MM que se mostra mais presente é a educacional e isso ocorre, segundo as autoras, por conta dos próprios objetivos relacionados ao usar HM como ferramenta e MM na perspectiva educacional. Segundo as autoras, essa relação se faz coerente, pois ao usar a HM como ferramenta o objetivo se volta para a aprendizagem de conceitos matemáticos e isso está em consonância com a perspectiva educacional da MM porque esta objetiva a introdução ou mobilização de conceitos matemáticos.

Por outro lado, direcionando nosso olhar para o segundo tipo de emergência, houve ocorrências da *HM como meta* e das *perspectivas epistemológica e sociocrítica da MM*. Ao refletirmos em termos das relações sobre os motivos pelos quais emergiram a *HM como meta* e as *perspectivas epistemológica e sociocrítica da MM*, destacamos que a *HM como meta* pode ter ocorrido, pois de certa forma se faz natural pensar que quando abordamos HM explicitamente, alguns aspectos do desenvolvimento da Matemática podem ser suscitados, no sentido de como esta vai se desenvolvendo. Em termos da *perspectiva epistemológica da MM*, entendemos que está alinhada à própria HM como meta, quando se olha para, por exemplo, quebra de paradigmas no desenvolvimento da ciência e da Matemática, como se valida um conhecimento matemático historicamente, conforme pode ser observado no discurso

abaixo:

Pedro: Mas Érica, você deve saber com a parte de ciência e história. Lá atrás, quando a gente estuda a gente sabe que já teve um momento que a Terra foi considerada plana, que já foi considerado o geocentrismo e tudo mais.

Érica: Isso.

Pedro: Então, acho que talvez isso é um erro histórico, que as pessoas estão levando para elas. Porque isso está na nossa história, então é importante, mas as pessoas não superaram esse momento histórico.

Helena: Eles não aprenderam com o erro né?!

Risos

Pedro: E aí entra naquelas questões de epistemologia e tudo mais. Então, talvez a parte da história poderia auxiliar bastante a entender.

Em termos da *perspectiva sociocrítica da MM*, entendemos que ela pode ter ocorrido por conta da própria característica do tema que alavancou a discussão inicial para o desenvolvimento da prática pedagógica: Terra Plana. Ao pensarmos ainda sobre possíveis relações entre HM como ferramenta, que foi o que predominou, e a perspectiva sociocrítica da MM, entendemos que essa característica de ser um tema de cunho mais crítico possa contribuir para despertar o interesse do estudante pelo estudo em questão, o que está em concordância com um dos vieses da HM como ferramenta, conforme proposto por Jankvist (2009).

Prática pedagógica “Discutindo a dinâmica de populações”

A fim de trazer uma visão geral para o leitor sobre as ocorrências de objetivos da HM e de perspectivas da MM na prática pedagógica intitulada “Discutindo a dinâmica de populações”, apresentamos o Quadro 2.

Quadro 2: Ocorrências dos objetivos da HM e das perspectivas da MM na segunda prática pedagógica

DURANTE O DESENVOLVIMENTO	
Objetivos da HM	Perspectivas da MM
Ferramenta (9) Meta (8)	Educacional conceitual (15) Sociocrítica (27)
APÓS O DESENVOLVIMENTO	
Objetivos da HM	Perspectivas da MM
Ferramenta (1) Meta (3)	Educacional conceitual (4) Educacional didática (1) Sociocrítica (5)

Fonte: As autoras

Para fazermos as análises dos resultados dessa segunda prática pedagógica seguiremos caminhos semelhantes aos apresentados na primeira. Assim, ao fazermos uma análise vertical do Quadro 2, observamos que, em relação aos objetivos da HM, o que predominou *durante* o desenvolvimento foi a *HM como ferramenta*, o que nos surpreendeu, pois a intencionalidade pedagógica desta prática se direcionava para a HM como meta. Por outro lado, o que predominou no discurso dos participantes *após* o desenvolvimento da referida prática foi a *HM como meta*, indicando a não permanência da HM como ferramenta após o desenvolvimento, nos permitindo inferir que o que ficou marcante nesta prática para os participantes vai ao encontro da nossa intencionalidade pedagógica. Ainda, esse resultado nos fez refletir que por mais que se tenha uma intencionalidade pedagógica, outros objetivos pedagógicos da HM podem emergir e isso dependerá: do engajamento dos participantes, do nível de conhecimento de HM que eles já têm e como conseguem mobilizar esses conhecimentos históricos para resolverem o problema proposto; como podemos observar no seguinte excerto:

Alice: tipo, é como se fosse montante que é capital mais a taxa vezes o tempo, seria tipo isso. Aí seria a população que a gente tem mais a taxa de crescimento vezes o tempo e tal. [...] Uma coisa parecida com o que o Malthus fez.

Neste excerto, podemos notar que a fala da participante se direciona para um estabelecimento de relação entre o que estava sendo considerado no processo de resolução da prática e um modelo matemático histórico (modelo de Malthus), isto é, temos a mobilização de conceitos matemáticos atrelada à observação do modelo, o que foi predominante nas discussões durante o desenvolvimento dessa prática, especialmente em relação às discussões do grupo em que essa participante fez parte.

No que se refere às perspectivas da MM, observamos que o que predominou *durante* e *após* a prática pedagógica foi a *perspectiva sociocrítica*, indo ao encontro da nossa intencionalidade pedagógica e indicando uma permanência das perspectivas identificadas nos discursos nos diferentes momentos. Contudo, *durante* também emergiu a *perspectiva educacional conceitual*, tendo em vista os discursos que retratavam a mobilização de conceitos matemáticos para resolver o problema proposto, e *após* também emergiu a *perspectiva educacional didática*, acreditamos que pelos mesmos motivos expressos na primeira prática pedagógica

relacionados aos diferentes papéis em jogo *durante* e *após* o desenvolvimento da prática.

Diante disso, passamos a analisar, por meio de excertos representativos, os discursos dos participantes em termos da permanência dos objetivos da HM e das perspectivas da MM nos diferentes momentos. Como já apresentamos, o que predominou nessa primeira prática pedagógica foi a *HM como ferramenta durante* e a *HM como meta após*. Por vermos que não houve essa permanência da predominância de ocorrência dos objetivos da HM nos momentos distintos, vamos analisar cada objetivo da HM nos referidos momentos de forma separada. No que se refere à *HM como ferramenta*, trazemos os dois excertos a seguir em que o primeiro aconteceu *durante* a prática e o segundo *após*.

Pedro: Érica, desculpa interromper, mas se a gente olhar, todos os modelos que a gente apresentou, se a gente olhar a longo prazo, a gente considera Verhulst porque vai crescer e vai chegar a um pico e vai decrescer... Todos os modelos. Por isso que agora eu acho que entendi porque você perguntou para o pessoal do Ademir se considerasse um período maior será que ia ser constante ou diferente/decrece.

Lucas: Se vocês percebem aspectos do desenvolvimento da atividade que contribuem para aprendizagem e formação dos alunos. Sim, eu penso que sim e isso já foi dito hoje com os outros grupos, nessa discussão que tem os aspectos por exemplo no momento de trabalhar com a formalização dos conceitos em matemática em sala de aula com o uso da modelagem e da história da matemática também para ensinar matemática, nós também ensinamos matemática.

Vale mencionar que o primeiro excerto ocorreu no momento de socialização dos problemas, modelos e soluções. Vejamos que neste excerto o participante reconhece que todos os modelos apresentados se alinham ao modelo de Verhulst, isso ao nosso ver se direciona para um aspecto cognitivo do uso da HM como ferramenta (Jankvist, 2009), pois viram as representações matemáticas e associaram com a representação matemática de Verhulst. Por sua vez, o excerto representativo referente a *após* o desenvolvimento da prática também se direciona para um aspecto cognitivo, em que o papel do professor se mostra, pois o papel da HM é visto como algo que auxilia na formalização dos conceitos, o que também está relacionado às diversas representações que um conceito pode ter. No que se refere à *HM como meta*, exemplificamos com os dois próximos excertos:

Lucas: [...] eu penso que vai muito além de pensar a matemática de ensinar técnicas operatórias, né, é propiciar reflexão acerca de vários conceitos e contextos na busca de muito mais que ensinar matemática, que seria educar nossos alunos por meio da matemática, né. Pensar numa situação matemática de sala de aula, estar educando os alunos por meio da matemática, para que eles possam chegar a isso que a Érica falou né, a matemática é uma construção humana e uma atividade humana.

Alice: Seria... Eu acho né... pensar mais na matemática como instrumento mesmo, sabe, que você, olha... conhecendo isso, eu consigo analisar isso, eu consigo ver isso, eu consigo entender isso. [...]

Isadora: dá para gente também desconstruir aquela ideia de algo muito linear né.

Miguel: Sim.

Lucas: Uhum.

Isadora: eu preciso olhar uma coisa aqui, depois eu olho outra lá atrás, depois eu olho lá na frente. Não é uma coisa linear.

Lucas: Você pode pensar num princípio de entrelaçamento de conteúdos. Entrelaçar as coisas dos conteúdos para trabalhar em sala de aula. É esse instrumento que a Alice falou, eu penso [...] você desconstrói tudo isso essa ideia dessa coisa linear, você começa a trabalhar de forma integrada, com esse princípio de entrelaçar os conteúdos em sala de aula.

Esse primeiro excerto foi proferido pelos participantes no momento de socialização do processo de resolução do problema. Nele, os participantes estavam discutindo sobre a configuração da prática e o que ela propicia. Vejamos que ele se alinha à HM como meta, pois os participantes abordam sobre ver a Matemática como instrumento que auxilia em outras áreas, ao mesmo tempo que abordam sobre a Matemática ser uma construção humana e desenvolvida em termos de entrelaçamento de conteúdos, por não ser desenvolvida de forma linear. Por sua vez, *após* o desenvolvimento da prática, vejamos o que ficou marcante para uma das participantes:

Helena: Sobre a Atividade 2, do crescimento populacional, foi muito legal, porque depois eu fiquei... Até hoje essa semana eu estava vendo a guerra da Ucrânia lá e eu lembrei dessa atividade e falei olha se nós fizéssemos o cálculo com a Ucrânia, nós não acertaríamos porque nós teríamos que fazer depois da guerra. Então, olha, como que a matemática ela pode... ela é assim, não sei se é a palavra, mas ela é assim maleável, ela também consegue se adequar as coisas da humanidade. Como que a matemática ela vai se adequando as coisas da atualidade, então quando nós fomos fazer aquele aquela atividade nós tivemos que pensar em coisa de geografia, história coisa que a gente sabia, coisa que a gente não sabia e assim olha, por exemplo, se eu for calcular a população da Terra eu faço uma fórmula matemática, um modelo e calculo, porém se eu tiver, por exemplo,

uma pandemia dentro daquele modelo eu faço uma adequação e eu consigo fazer isso para pandemia. Então, as pessoas falam que a matemática ela é fria, ela é exata, mas a matemática não é tão exata assim ela vai conseguindo se adequar.

Em relação às partes destacadas nesse excerto, notamos que as ideias apresentadas pela participante sinalizam as influências de aspectos sociais e humanos, isto é, do meio em que se está inserido, no desenvolvimento da Matemática e enfatiza sua adequação a esses aspectos. Com isso, percebemos que nesse discurso a participante aborda sobre o desenvolvimento da Matemática em uma visão diferente do que geralmente é proliferado em discursos corriqueiros. Assim, o primeiro excerto se relaciona ao desenvolvimento da Matemática olhando para o papel da Matemática e como ela é construída, e o segundo excerto mostra que ficou marcante para a participante como a construção da Matemática ocorre, direcionando para uma mudança de visão sobre a Matemática.

Direcionando o olhar para a *perspectiva sociocrítica da MM* que predominou durante e após o desenvolvimento dessa segunda prática pedagógica, apresentamos o seguinte excerto representativo, relativo ao *durante*:

Alice: O que ele quer dizer é tipo assim a população está crescendo numa progressão geométrica e os alimentos é aritmética. E daí a gente não consegue crescer esses alimentos na mesma progressão geométrica porque não tem espaço.

Miguel: Exatamente, não tem os meio para se produzir tanto.

Alice: Isso, então a galera ia morrer de fome.

Helena: Ele achava isso, mas não aconteceu.

Alice: É.

Helena: Porque a agricultura melhorou.

[...]

Miguel: Olha, gente, nós não chegamos nisso, mas isso está acontecendo e não é por falta de espaço de terra, é má distribuição, mas tudo bem.

Helena: Essas perguntas são tão atuais, né?

Notemos que neste excerto os participantes discutem sobre um modelo matemático histórico (modelo de Malthus) em termos da plausibilidade desse modelo bem como fazem uma comparação entre passado e presente, ou seja, é uma discussão atrelada ao papel desse modelo na sociedade. Em relação ao momento *após* o desenvolvimento da prática, também observamos uma discussão sobre o papel do modelo na sociedade, contudo, atrelada à construção do modelo que representa a solução do problema proposto nessa prática pedagógica, como trazido

no seguinte excerto representativo:

Miguel: E a segunda atividade pelo menos no contexto do nosso grupo a gente foi para aspectos matemáticos sim, mas a gente olhou para um caráter mais social. Então, a gente fez a parte matemática de representar gráficos, tabelas, de calcular taxas? A gente fez isso, só que a gente sempre voltava para o aspecto social mesmo, fatores que levam a imigração, emigração.

Helena: tentar entender esses aspectos pra ver como eles estavam afetando o nosso modelo.

Como mencionado, podemos notar que as ideias manifestadas pelos participantes neste excerto se direcionam ao fato de que olharam para aspectos sociais relacionados ao modelo que estavam construindo e que esses aspectos contribuíram para a construção do modelo, convergindo para a *perspectiva sociocrítica da MM*.

Ao fazermos uma análise horizontal do Quadro 2 sobre as ocorrências de objetivos da HM e de perspectivas da MM *durante* o desenvolvimento da prática pedagógica, observamos que houve predominância da *HM como ferramenta* e da *perspectiva sociocrítica da MM* em termos das manifestações dos discursos, como já evidenciado. Acreditamos que isto esteve atrelado ao nível de conhecimento de HM que os participantes possuíam nesse momento da prática pedagógica, visto que durante o desenvolvimento as ocorrências da HM como ferramenta se manifestaram em termos de associar o que foram mobilizando em termos de conhecimentos matemáticos e históricos no processo de resolução do problema com o modelo matemático histórico (modelo de Malthus). Nesse processo, destacamos que a *perspectiva sociocrítica da MM* ocorreu, pois se fez natural refletirem criticamente sobre aspectos sociais relacionados à obtenção do modelo matemático construído e seu papel na sociedade.

Durante o desenvolvimento da prática, também foi observado a ocorrência da *HM como meta* e da *perspectiva educacional conceitual da MM*. Aquela relaciona-se com a perspectiva sociocrítica da MM, no sentido de se olhar para o papel dos modelos na sociedade em termos do desenvolvimento desses modelos e suas relações com o desenvolvimento da Matemática. Esta, por sua vez, entendemos sua ocorrência pela mobilização de conceitos matemáticos no desenvolvimento da prática, conforme observado no seguinte excerto:

Alice: *Porque além de apresentar os aspectos que levam, né, que interferem no crescimento ou decrescimento no caso da população, que é algo muito sério quando a gente olha pra Portugal, a gente foi olhar para as taxas né. Então, a gente pensou em tirar as médias das taxas que a gente tem desde 2010 a 2021. E aí a gente foi olhar pra qual vai ser a relação da população olhando para essa taxa. Então, a gente pensou que seria algo como juros compostos sabe, porque a gente começou a fazer os cálculos, tá, a gente pega a população antiga e aí a gente vai calcular ela + ela vezes a taxa. Aí depois o próximo a gente vai usar aquela população, a nova população, pegar ela multiplicar pela taxa e somar de novo. Daí, a gente pensou, ah isso aí é juros compostos.*

Risos

Alice: E aí a gente usou isso daqui, essa fórmula de juros compostos e aí tem aqui a previsão que a gente fez.

Miguel: as nossas estimativas.

Érica: será que essa fórmula serve para trabalhar só com juros compostos, ou o modo como frequentemente vemos ela nos conteúdos que fazem vocês associarem a esse tipo de conteúdo.

Miguel: É. Acho que é o modo como vemos.

Neste excerto também é possível identificar relações com a *perspectiva sociocrítica da MM* (grifo itálico), pois os participantes mencionam que aspectos sociais influenciaram no processo de obtenção do modelo matemático.

Por outro lado, ao fazermos uma análise horizontal do Quadro 2 sobre as ocorrências de objetivos da HM e de perspectivas da MM *após* o desenvolvimento dessa segunda prática pedagógica, observamos que houve predominância da *HM como meta* e da *perspectiva sociocrítica da MM*, em termos das manifestações dos discursos. Isto mostra um alinhamento com as intencionalidades pedagógicas dessa prática, conforme observado em Barboza, Bergamim e Kato (2024b). Além disso, esse resultado se mostra em consonância ao apresentado em Barboza, Bergamim e Kato (2024a, p. 7), quando as autoras afirmam que há predominância da perspectiva sociocrítica quando o objetivo se vincula à HM como meta, pois “[...] ao se fazer uso da HM como meta, busca-se olhar para o desenvolvimento da Matemática (conhecer a HM em si), o que se mostra convergente com a MM na perspectiva sociocrítica, pois esta enfatiza o olhar crítico sobre o uso da Matemática na sociedade”.

No momento *após* o desenvolvimento da prática, como já evidenciado também há a ocorrência da *HM como ferramenta* e das *perspectivas educacional conceitual e educacional didática da MM*. Ao refletirmos sobre a emergência da *perspectiva educacional didática da MM*, trazemos o seguinte excerto representativo:

Lucas: [...] Bom, também eu penso que é uma atividade que possibilita ser desenvolvida em sala de aula tá é uma percepção que eu tenho dessa articulação da história da matemática com a modelagem matemática, que é possível de ser feita em sala de aula e que o modelo que nós conseguimos obter com os dados da população aqui de Maringá também possibilita, para além de aprender matemática, porque ela também possibilita aprender a matemática, ela vai além porque possibilita discutir outras questões associadas ao crescimento da população, a dinâmica da população né. Nós discutimos muito no grupo sobre o que pode acontecer, sobre possibilidades que vai acontecer com Maringá daqui 30 anos, nos próximos anos.

Neste excerto, temos um enfoque para a aprendizagem da Matemática (grifo sublinhado), o que se relaciona com a *perspectiva educacional didática*, como também um enfoque para os aspectos sociais relacionados ao modelo matemático que os participantes construíram (grifo sublinhado), o que se relaciona com a *perspectiva sociocrítica*.

Considerações finais

Neste estudo, tivemos por objetivo identificar as ocorrências relacionadas aos objetivos da HM e as perspectivas da MM manifestadas durante e após o desenvolvimento de duas práticas pedagógicas que as articulam. Diante disso, olhamos para os discursos de professores de Matemática em dois momentos: *durante* e *após* o desenvolvimento das práticas.

Por meio de excertos representativos quanto aos objetivos da HM e as perspectivas da MM e, baseando-nos em Jankvist (2009) e em Kaiser e Sriraman (2006), realizamos uma análise vertical das ocorrências dos objetivos e das perspectivas de modo a olhar para as permanências e emergências de entendimentos que ocorreram *durante* e *após* o desenvolvimento das práticas, como também uma análise horizontal que olhou para as relações entre os objetivos da HM e as perspectivas da MM.

Diante das análises, identificamos que na primeira prática pedagógica houve predominância da *HM como ferramenta* e da *perspectiva educacional conceitual da MM* durante e após o desenvolvimento da prática, o que se alinha às intencionalidades pedagógicas dessa prática. Também identificamos a emergência da *HM como meta* e das *perspectivas epistemológica e sociocrítica da MM* no *durante* bem como a

emergência da *perspectiva educacional didática da MM* no momento *após* o desenvolvimento da prática.

Quanto à segunda prática pedagógica, em relação aos objetivos da HM, identificamos predominâncias diferentes nos momentos *durante* e *após* o desenvolvimento da prática. *Durante*, houve predominância da *HM como ferramenta* e *após* a predominância foi da *HM como meta*. Por não termos a permanência da HM como ferramenta no momento *após* o desenvolvimento da prática, isto nos indica que o que ficou marcante para os participantes vai ao encontro da intencionalidade pedagógica dessa prática. Quando às perspectivas da MM, a *perspectiva sociocrítica* predominou tanto *durante* quanto *após*. A respeito das emergências identificadas na segunda prática pedagógica, *durante* o desenvolvimento temos a emergência da *perspectiva educacional conceitual da MM*, já no momento *após*, temos também a emergência da *perspectiva educacional didática da MM*.

Em termos daquilo que se evidenciou sobre o que permaneceu *durante* e *após* o desenvolvimento das práticas, destacamos que foi observado nos discursos dos participantes motivos diferentes relacionados a um mesmo objetivo da HM e a uma mesma perspectiva da MM, e entendemos que isso ocorreu devido aos diferentes papéis assumidos nos distintos momentos analisados neste estudo.

Com base nos resultados apresentados, enfatizamos algumas reflexões. Um primeiro aspecto é que se mostrou o que podemos chamar de *framework* de relações entre os objetivos da HM e as perspectivas da MM, uma vez que se fizeram presentes outras relações que estudos anteriores (Barboza; Bergamim; Kato, 2024a; Barboza; Bergamim; Kato, 2024b) ainda não haviam contemplado. Além disso, foi possível observar que independentemente daquilo que permaneceu ou emergiu nos diferentes momentos, houve relações entre objetivos e perspectivas que mostram que um fortalece o outro, por exemplo: *HM como meta* e *perspectiva epistemológica da MM*.

Outro aspecto que destacamos diz respeito à ideia de que quando o professor intenciona desenvolver práticas pedagógicas que articulam HM e MM faz-se necessário ter ciência dos objetivos da HM e das perspectivas da MM para a compreensão de possíveis relações entre estes. Também é preciso ter ciência de que nesse tipo de prática podem emergir objetivos da HM e perspectivas da MM para além da intencionalidade pedagógica inicial, ou seja, podem emergir outras intencionalidades que colaborarão para o desenvolvimento da prática. Ponderar sobre

esses aspectos é relevante para o processo da reflexividade em relação à prática do professor.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Referências

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: contexto, 2013.

ALVIM, R. B. **Ensino do Cálculo: história, experimentação, geometria, neurociência e modelagem**. 2023. 252 f. Tese (Doutorado em Ciências Naturais) – Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos dos Goytacazes, 2023.

BARBOZA, A. C. F.; BERGAMIM, E. G. J.; KATO L. A. Um olhar para as relações entre História da Matemática e Modelagem Matemática que foram identificadas em práticas pedagógicas. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2024a, Natal. **Anais [...]**. Disponível em: <https://www.sbembrasil.org.br/eventos/index.php/sipem/article/view/400/369>. Acesso em: 07 out. 2024.

BARBOZA, A. C. F.; BERGAMIM, E. G. J.; KATO L. A. Práticas Pedagógicas que Articulam História da Matemática e Modelagem Matemática: Uma Análise dos Discursos de Professores à Luz dos Objetivos da História e das Perspectivas da Modelagem. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2024b, Cornélio Procopio. **Anais [...]**. Disponível em: <https://www.sbemparana.com/arquivos/anais/epmemx/anais/p031.pdf>. Acesso em 07 out. 2024.

BERGAMIM, E. G. J.; BARBOZA, A. C. F.; KATO, L. A. História da Matemática e Modelagem Matemática: um olhar para práticas pedagógicas retratadas em trabalhos científicos. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2023, Porto Alegre. **Anais [...]**. Disponível em: https://drive.google.com/file/d/1-8x4JKK__hezTvy5Vlgjh4cv5rTxagY2/view. Acesso em: 07 out. 2024.

BERGAMIM, E. G. J.; KATO, L. A. Articulações entre história da matemática e modelagem matemática: algumas compreensões a partir de uma revisão sistemática de literatura. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 26, n. 1, p. 177-207, 2024.

BERGAMIM, E. G. J. **Articulações entre História da Matemática e Modelagem Matemática**: compreensões de futuros professores de Matemática. 2024. 359 f. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2024.

BICUDO, M. A. V. A pesquisa em educação matemática: a prevalência da abordagem qualitativa. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, Ponta Grossa, v. 5, n. 2, p. 15-26, maio/ago. 2012.

D'AMBROSIO, U. Prefácio. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

FARMAKI, V.; PASCHOS, T. Employing genetic 'moments' in the history of mathematics in classroom activities. **Educational Studies in Mathematics**, v. 66, p. 83-106, 2007.

GOSZTONYI, K. How history of mathematics can help to face a crisis situation: the case of the polemic between Bernoulli and d'Alembert about the smallpox epidemic. **Educational Studies in Mathematics**, v. 108, p. 105-122, 2021.

JANKVIST, U. T. A categorization of the "whys" and "hows" of using history in mathematics education. **Educational Studies in Mathematics**, v. 71, n. 3, p. 235-261, jan. 2009.

KAISER, G.; SRIRAMAN, B. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik**, v. 38, n. 3, p. 302-310, 2006.

KJELDSEN, T. H; BLOMHØJ, M. Developing Students' Reflections about the Function and Status of Mathematical Modeling in Different Scientific Practices: History as a Provider of Cases. **Science & Education**, v. 22, n. 9, p. 2157-2171, 2012.

PARANÁ. **Diretrizes Curriculares da Educação Básica**. Matemática. Departamento de Educação Básica. Paraná, 2008.

PARANÁ. **Currículo da Rede Estadual Paranaense**. Ensino Fundamental. Secretaria de Estado da Educação, Curitiba, SEED-PR, 2018.

SOUZA, V. R. de. **Funções no Ensino Médio**: História e Modelagem. 2011. 173 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2011.

WICHNOSKI, P.; KLÜBER, T. E. Investigação matemática: possíveis articulações com a História da Matemática, TIC e Resolução de Problemas. **Revista Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 21, n. 2, p. 539-561, 2019.