



Edição Especial

X Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática
Universidade Estadual do Norte do Paraná – Cornélio Procopio (PR), 2024

A DINÂMICA DA SIGNIFICAÇÃO EM UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA: CONTRIBUIÇÕES DA SEMIÓTICA PEIRCEANA

*THE DYNAMICS OF MEANING-MAKING IN A MATHEMATICAL MODELING
ACTIVITY: CONTRIBUTIONS FROM PEIRCEAN SEMIOTICS*

Thiago Fernando Mendes¹

Resumo

Este artigo tem como objetivo analisar os processos de significação mobilizados por estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática durante o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral II. A atividade, realizada por um grupo de cinco estudantes, envolveu a modelagem do bombeamento de óleo em tanques com formatos variados, exigindo a articulação entre conhecimentos matemáticos e elementos da realidade prática. A investigação, de natureza qualitativa e interpretativa, fundamenta-se na teoria semiótica de Charles Sanders Peirce, com ênfase nas categorias de semiose propostas por Winfried Nöth (semioses orientadas, incompletas e transformadas) e nos níveis interpretantes. A análise abrange as diferentes fases da modelagem matemática: inteiração; matematização; resolução; interpretação e validação, com o intuito de identificar os signos produzidos e os níveis de elaboração conceitual alcançados pelos estudantes. Os resultados revelam a coexistência de momentos de estabilidade interpretativa, marcados por semioses orientadas e interpretantes lógicos, e de instabilidade, caracterizados por semioses incompletas e deslocamentos nos níveis interpretativos, especialmente durante a generalização e validação dos modelos. Conclui-se que a integração da semiótica peirceana à análise de práticas de modelagem matemática evidencia, de forma mais precisa, os percursos de construção de significados, destacando resultados observados na atividade, como o avanço de

¹ Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Docente do Programa de Pós-Graduação em Ensino (PPGEN) e do Colegiado de Matemática da Universidade Estadual do Norte do Paraná, Campus de Cornélio Procopio (UENP-CCP).



X EPMEM

Encontro Paranaense de Modelagem
na Educação Matemática

interpretações iniciais e intuitivas para interpretações lógicas, a revisão de modelos diante de inconsistências e a formulação de generalizações mais adequadas ao fenômeno estudado. Esses achados oferecem subsídios teóricos e metodológicos para uma mediação pedagógica mais intencional e sensível às dinâmicas da aprendizagem.

Palavras-chave: Educação Matemática; Semiótica Peirceana; Ensino Superior.

Abstract

This article aims to analyze the meaning-making processes mobilized by undergraduate Mathematics students during the development of a mathematical modeling activity in the Differential and Integral Calculus II course. The activity, carried out by a group of five students, involved modeling the pumping of oil in tanks of various shapes, requiring the articulation between mathematical knowledge and real-world practices. This qualitative and interpretative investigation is grounded in Charles Sanders Peirce's semiotic theory, with emphasis on the categories of semiosis proposed by Winfried Nöth (oriented, incomplete, and transformed semioses) and on the interpretant levels. The analysis encompasses the different phases of the modeling process—interaction, mathematization, resolution, interpretation, and validation—with the aim of identifying the signs produced and the levels of conceptual elaboration achieved by the students. The results reveal the coexistence of moments of interpretative stability, marked by oriented semioses and logical interpretants, and moments of instability, characterized by incomplete semioses and shifts in interpretant levels, especially during the generalization and validation of the models. It is concluded that integrating Peircean semiotics into the analysis of mathematical modeling practices makes the processes of meaning-making more evident, highlighting specific outcomes observed during the activity, such as the shift from initial intuitive interpretations to more logical ones, the revision of models when inconsistencies emerged, and the formulation of generalizations that better aligned with the phenomenon studied. These findings provide theoretical and methodological support for a more intentional pedagogical mediation that is responsive to the dynamics of learning.

Keywords: Mathematics Education; Peircean Semiotics; Signification.

Introdução

A matemática exerce um papel fundamental no Ensino Superior, especialmente nos cursos de formação de professores, não apenas como instrumento técnico e científico, mas como elemento formativo do pensamento lógico, crítico e analítico. Em um mundo cada vez mais complexo e interconectado, essas habilidades se mostram essenciais para a atuação cidadã e profissional, colocando a matemática como uma linguagem estruturante e significativa em múltiplos campos do saber.

No âmbito da Licenciatura em Matemática, as disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral apresentam desafios significativos, frequentemente associados

a altos índices de reprovação, evasão e desmotivação dos estudantes (Garzella, 2013; Gomes, 2015). Diante desse cenário, diversas pesquisas apontam que a modelagem matemática, ao integrar situações reais e formulações matemáticas, pode ampliar o engajamento dos estudantes e contribuir para a compreensão conceitual dos conteúdos abordados (Barbosa, 2004; Almeida; Fatori; Souza, 2007; Mendes, 2023). Além de contextualizar o ensino, a modelagem permite que os estudantes atribuam significado aos objetos matemáticos, favorecendo a aprendizagem ativa e a autonomia intelectual.

Nesse processo, a semiótica, ciência que estuda os signos e os processos de significação, tem se mostrado uma importante abordagem para a análise das práticas educacionais, especialmente no Ensino Superior. Com base nas classificações de semioses propostas por Winfried Nöth é possível obter uma compreensão mais profunda dos processos interpretativos que ocorrem em diferentes ambientes de aprendizagem (Nöth, 1995). No contexto de um curso de Licenciatura em Matemática, por exemplo, a aplicação dessas classificações permite inferir como os estudantes interpretam e internalizam conceitos complexos, especialmente em disciplinas que exigem uma aplicação rigorosa de fórmulas e métodos matemáticos, como é o caso da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral.

Considerando isso, o presente artigo tem como objetivo discutir os processos de significação e analisar os níveis interpretantes manifestados por estudantes durante o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática, realizada em uma turma do segundo ano do curso de Licenciatura em Matemática. A análise fundamenta-se na teoria semiótica de Peirce, com ênfase nas categorias de semiose propostas por Nöth (1995) e nos níveis interpretantes conforme tipologia elaborada por Santaella (2012) e sistematizada por Sanzovo (2017), buscando compreender como tais conceitos se materializam nas fases da modelagem: inteiração, matematização, resolução, interpretação e validação dos resultados, propostas por Almeida, Silva e Vertuan (2012).

Metodologicamente, trata-se de uma investigação qualitativa, de caráter descritivo e interpretativo (Severino, 2017), cujos dados foram produzidos por meio de observações, registros escritos, interações e relatórios elaborados pelos cinco estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática, no âmbito da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral II, envolvidos na atividade. A análise dos dados visou identificar as manifestações de semioses orientadas, incompletas e transformadas,

bem como os níveis interpretantes mobilizados pelos participantes, a fim de descrever o percurso de construção de significados e os indícios de aprendizagem emergentes no processo.

Importa destacar que este artigo é uma versão ampliada e aprofundada do texto intitulado “O Processo de Significação no Desenvolvimento de uma Atividade de Modelagem Matemática”, originalmente apresentado no X Encontro de Pesquisadores em Modelagem na Educação Matemática (X EPMEM). A presente versão incorpora aprimoramentos teóricos, especialmente no que se refere ao uso da tipologia dos interpretantes, bem como uma reestruturação metodológica mais densa e uma análise refinada dos dados empíricos, que aprofunda a articulação entre modelagem matemática e mediação semiótica.

Destaca-se, ainda, que a estrutura deste texto foi organizada de forma a integrar tanto fundamentos teóricos quanto elementos metodológicos, o que pode parecer incomum em textos de cunho predominantemente teórico. Essa escolha se justifica pela natureza da modelagem matemática, que, ao articular teoria e prática, exige a descrição simultânea de conceitos e da dinâmica de desenvolvimento da atividade.

Modelagem Matemática na Educação Matemática: o desenvolvimento de uma atividade no Ensino Superior

A modelagem matemática objetiva a construção de soluções para problemas por meio de modelos matemáticos que podem ser entendidos como aquilo que “dá forma à solução do problema sendo a modelagem a atividade que busca por esta solução” e tem sido compreendida como uma prática pedagógica capaz de integrar conhecimentos matemáticos com situações concretas do cotidiano (Almeida; Vertuan, 2014, p. 2). Seu potencial formativo reside no fato de exigir dos estudantes a construção ativa de representações, a análise de contextos e a proposição de soluções matemáticas para problemas reais (Barbosa, 2004; Almeida; Silva; Vertuan, 2012).

No Ensino Superior, especialmente na formação de professores, a modelagem assume papel relevante por fomentar não apenas a aprendizagem de conteúdos específicos, como os de Cálculo Diferencial e Integral, mas também por

possibilitar a reflexão crítica sobre o papel da matemática na sociedade (Kaiser; Sriraman, 2006).

Contudo, a construção de um modelo não é apenas uma atividade técnica, uma vez que envolve, também, um processo contínuo de significação, em que os estudantes interpretam a realidade, selecionam elementos pertinentes, produzem representações e as comunicam (Mendes, 2023). Essa dinâmica aponta para a necessidade de um referencial teórico que permita compreender os mecanismos pelos quais os estudantes constroem significados e é nesse ponto que a semiótica de Charles Sanders Peirce pode oferecer uma importante contribuição.

O desenvolvimento de atividades de modelagem matemática é frequentemente associado aos chamados ciclos de modelagem, nos quais a dinâmica da atividade é estruturada em fases. Almeida, Silva e Vertuan (2012), por exemplo, identificam as seguintes fases de desenvolvimento de uma atividade desta natureza: inteiração, matematização, resolução, interpretação e validação dos resultados.

A fase de inteiração marca o primeiro contato dos alunos com a situação-problema a ser estudada, cujo objetivo é compreender suas características e especificidades. Nesta fase, ocorre a formulação do problema e a definição das metas para sua resolução. Embora essa formulação “seja guiada pela necessidade de entender melhor a situação”, ela também exige que alguns aspectos já sejam conhecidos pelos alunos, e é justamente essa a função da inteiração (Almeida; Vertuan, 2014, p. 4).

A atividade a que nos referimos trata da temática “bombeamento de óleos” e foi proposta por um grupo de estudantes do segundo ano de um curso de Licenciatura em Matemática de universidade pública situada ao norte do estado do Paraná. O grupo era composto por cinco estudantes (aqui denominados A-1, A-2, A-3, A-4 e A-5), e a atividade foi desenvolvida no âmbito da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral II.

A justificativa para a escolha desta temática pelo grupo está relacionada à experiência profissional de um dos integrantes (A-1), que trabalha em uma empresa especializada no armazenamento de óleos vegetais em tanques cônicos. À época do desenvolvimento da atividade, a empresa enfrentava problemas operacionais devido à ineficiência do processo de escoamento do óleo armazenado nesses tanques. Devido ao formato cônico e à viscosidade do óleo, a quantidade residual de óleo após

o esvaziamento dos tanques estava sendo maior do que o previsto, resultando em perdas significativas.

Para resolver esse problema, a empresa estava considerando a implementação de bombas específicas para otimizar o processo de bombeamento do óleo, minimizando o desperdício e aumentando a eficiência do processo. No entanto, antes de investir em novas tecnologias, a empresa considerava ser necessário entender o trabalho necessário para bombear o óleo até a borda dos tanques.

Diante desse contexto, o grupo decidiu propor a atividade que buscou *definir um modelo matemático que represente o trabalho necessário para bombear o óleo dos tanques cônicos* como forma de aplicar os conceitos de Cálculo Diferencial e Integral II na resolução de um problema real e relevante, diretamente relacionado à experiência profissional de um deles. Esses levantamentos iniciais de informações relacionadas à necessidade da empresa, empreendidos pelo grupo, e a definição do problema a ser investigado integram a primeira fase de desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática, conforme descrito por Almeida, Silva e Vertuan (2012).

Na fase de matematização, conforme caracterizada pelos autores, busca-se definir métodos e conceitos matemáticos para analisar a situação real. Nesse estágio, são utilizados procedimentos como a formulação de hipóteses, a seleção de variáveis e a simplificação do cenário (Almeida; Silva; Vertuan, 2012). É nessa fase que ocorre a transição da linguagem natural, na qual o problema é inicialmente apresentado, para a linguagem matemática, que permite a resolução do problema.

Na atividade *Bombeamento de óleos*, após algumas discussões, o grupo realizou duas simplificações (S_1 e S_2) e definiu duas hipóteses (H_1 e H_2) para o seu desenvolvimento, conforme transcrito abaixo:

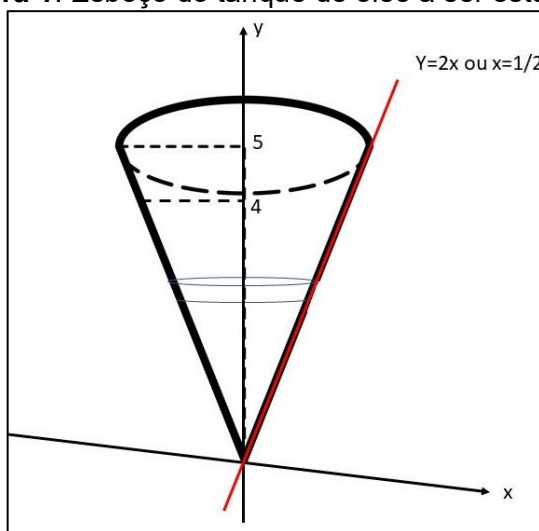
- S_1 : Para esta situação, será considerado um recipiente de armazenamento de formato cônico com 5 metros de altura;
- S_2 : Para cálculo do trabalho, será considerado que o azeite está disposto no tanque em “fatias finas” por planos perpendiculares ao eixo y nos pontos de partição do intervalo determinado;
- H_1 : A força necessária para elevar uma “fatia” de óleo é igual ao seu peso;
- H_2 : Por questão de segurança, deve-se utilizar, no máximo, 80% da capacidade do recipiente.

Para além das hipóteses, o grupo também considerou a necessidade de sintetizar alguns dados importantes que foram informados pela empresa que pretende implementar a bomba de óleo em seus tanques. Os dados elencados e utilizados pelo grupo foram:

- D_1 : A densidade do óleo utilizado pela empresa é de 57 kg/m^3 ;
- D_2 : O tanque considerado tem 5 metros de altura.

Após a matematização, busca-se, segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012), a construção de um modelo matemático que pode ser entendido como um sistema conceitual, descritivo ou explicativo, expresso por meio de uma linguagem ou estrutura matemática, que visa descrever e prever o comportamento de outro sistema (Lesh, 2010). Esse processo ocorre durante a fase de resolução da atividade de modelagem matemática e, considerando as hipóteses e os dados, o grupo projetou o esboço do tanque em um *software* de vetorização a fim de obter uma representação visual e gráfica do tanque, conforme Figura 1.

Figura 1: Esboço do tanque de óleo a ser estudado



Fonte: Relatório dos estudantes

A partir dos dados D_1 e D_2 , das hipóteses H_1 e H_2 e considerando a função obtida no *software*, que representa a equação da superfície lateral do tanque em coordenadas matemáticas, o grupo empreendeu a resolução do problema inicialmente proposto, conforme apresentado na Figura 2.

Figura 2: Resolução matemática do grupo

Imaginamos o azeite dividido em fatias finas por planos perpendiculares ao eixo y nos pontos de partição do intervalo $[0, 4]$. A fatia típica entre os planos em y e $y + \Delta y$ tem um volume de aproximadamente:

$$\Delta V = \pi \cdot r^2 \cdot s = \pi \cdot \left(\frac{1}{2}y\right)^2 \Delta y = \frac{\pi}{4} y^2 \Delta y \text{ m}^3$$

A força $F(y)$ necessária para elevar essa fatia é igual ao seu peso,

$$F(y) = 57\Delta V = \frac{57\pi}{4} y^2 \Delta y \text{ N}$$

A distância ao longo da qual $F(y)$ deve agir para elevar essa fatia para o nível da borda do cone é aproximadamente $(5 - y)$ m, portanto o trabalho realizado para elevar a fatia é de aproximadamente

$$\Delta W = \frac{57\pi}{4} (5 - y) y^2 \Delta y \text{ N.m.}$$

Fonte: Relatório dos estudantes

A partir disto, supondo que existam n fatias associadas à partição de $[0,4]$ e que $y = y_k$ o grupo denotou o plano associado à k -ésima fatia de densidade Δy_k , podendo aproximar o trabalho realizado ao se elevar todas as fatias com a soma de Riemann, em que W é o trabalho desejado.

$$W = \sum_{k=1}^n \frac{57\pi}{4} (5 - y_k) y_k^2 \Delta y_k \text{ N.m}$$

Assim, o trabalho de bombear o azeite para a borda é o limite dessas somas quando a norma da partição tende a zero, conforme desenvolvido pelos estudantes como consta na Figura 3.

Figura 3: Resolução matemática do grupo (continuação)

$$\begin{aligned}
 W &= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{57\pi}{4} (5 - y_k) y_k^2 \Delta y_k = \int_0^4 \frac{57\pi}{4} (5 - y) y^2 dy \\
 &= \frac{57\pi}{4} \int_0^4 (5y^2 - y^3) dy \\
 &= \frac{57\pi}{4} \left[\frac{5y^3}{3} - \frac{y^4}{4} \right]_0^4 = 1.910,08 \text{ N.m}
 \end{aligned}$$

Fonte: Relatório dos estudantes.

Neste momento, uma importante discussão foi iniciada entre os integrantes do grupo sobre a validade da resposta encontrada, conforme transcrito abaixo.

A-1: Então, de acordo com o que calculamos, o trabalho necessário aqui é de 1.910 joule, aproximadamente!

A-4: Sim, mas não podemos esquecer que o problema, em si, não era só pra esse tanque. Veja, nós queremos definir um modelo matemático que represente o trabalho necessário para bombear o óleo dos tanques cônicos, ou seja, precisamos generalizar isso.

A-2: Exatamente! Do jeito que está, este resultado não é válido para o nosso problema.

Transcrição do diálogo entre os integrantes do grupo.

Após a conversa, o grupo decidiu buscar uma generalização para o resultado encontrado, a partir dos dados que tinham, obtendo o seguinte modelo:

$$W(h) = \frac{k\pi}{4} \left[\frac{5h^3}{3} - \frac{h^4}{4} \right]$$

Em que W é o trabalho desejado, k é a densidade do óleo considerado (constante) e h é a altura preenchida de óleo no recipiente. Na fase de validação e interpretação dos resultados, conforme descrito por Almeida, Silva e Vertuan (2012), o objetivo é verificar a adequação do modelo matemático desenvolvido e interpretar seus resultados à luz da situação-problema original. Nesta fase, os alunos devem comparar as previsões do modelo com dados reais ou com as expectativas teóricas para assegurar que o modelo reflete corretamente o fenômeno em questão.

A validação envolve a checagem da precisão e relevância dos resultados obtidos, enquanto a interpretação busca compreender o significado desses resultados

no contexto da situação prática. Essa fase é crucial para ajustar o modelo, se necessário, e para garantir que as conclusões tiradas sejam robustas e aplicáveis à realidade analisada. Assim, tendo generalizado o modelo, o grupo o considerou válido para o problema inicialmente proposto.

Para validar o modelo, os estudantes compararam os resultados obtidos a partir da equação generalizada com dados reais fornecidos pela empresa, como a eficiência esperada do processo de bombeamento e o volume residual de óleo nos tanques. Além disso, realizaram simulações utilizando o *software* de vetorização para verificar se os valores calculados correspondiam ao comportamento previsto do sistema real, garantindo que o modelo fosse aplicável a diferentes condições operacionais e dimensões dos tanques.

Semiótica Peirceana e a geração de semioses

A semiótica, como campo de estudo dos signos e dos processos de significação, desempenha um papel fundamental na compreensão da comunicação humana. Charles Sanders Peirce (1839-1914), um dos fundadores da semiótica moderna, conceituou o signo como “algo que está no lugar de outra coisa, sob certos aspectos ou capacidades” (Peirce, 1972, p. 115). Este conceito sublinha a ideia de que os signos são sempre parte de um sistema inter-relacionado, em vez de existirem isoladamente.

Na perspectiva da semiótica de Charles Sanders Peirce, o signo constitui-se como uma entidade essencialmente triádica, cuja compreensão exige a articulação inseparável entre três componentes: o *representamen*, o objeto e o interpretante (Otte, 2006). O *representamen* refere-se àquilo que assume a função de signo, ou seja, o elemento perceptível que evoca ou remete a algo além de si mesmo; o objeto é aquilo que o signo representa, podendo ser algo concreto, abstrato ou mesmo outro signo; já o interpretante, que pode ser classificado como imediato, dinâmico ou final, corresponde ao efeito gerado no intérprete pela relação entre *representamen* e objeto, ou seja, ao significado construído a partir da interpretação do signo (Santaella, 2012).

Segundo Drigo e Souza (2021), diferentemente de abordagens binárias da significação, como as de matriz saussuriana, a concepção peirceana considera a semiose como um processo dinâmico, aberto e continuamente gerador de novos

signos, pois todo interpretante, uma vez formado, pode tornar-se um novo *representamen*, reiniciando o ciclo semiótico e

essa estrutura triádica não é meramente descritiva, mas ontológica, pois expressa a natureza relacional do conhecimento e da linguagem, sendo particularmente fecunda para analisar como os sujeitos constroem significado em contextos educacionais complexos, como os da aprendizagem matemática (Drigo; Souza, 2021, p. 23).

Santaella (2012), ao aprofundar os estudos sobre os mecanismos da semiose na perspectiva peirceana, propôs uma refinada subdivisão dos interpretantes dinâmicos, distinguindo-os em três níveis qualitativamente distintos de construção de significado: o interpretante dinâmico emocional, que corresponde à reação afetiva imediata provocada pelo signo, manifestando-se em estados como surpresa, estranhamento ou reconhecimento intuitivo; o interpretante dinâmico energético, que se evidencia nas ações corpóreas ou mentais do intérprete, materializadas em gestos, experimentações, manipulações e procedimentos operacionais; e o interpretante dinâmico lógico, que representa o nível mais elevado dessa categoria, caracterizando-se pela elaboração consciente de inferências, argumentações e regras de generalização que estruturam o pensamento conceitual.

Essa tipologia amplia consideravelmente a capacidade explicativa da semiótica peirceana no campo educacional, ao possibilitar o lançar mão de parâmetros mais precisos para identificar os diferentes modos pelos quais o significado é construído, transformado e estabilizado em situações de aprendizagem.

Esses três níveis foram instrumentalizados por Sanzovo (2017) em sua tese de doutoramento, que teve como foco a construção dos significados produzidos por licenciandos em situações de ensino de Ciências e Matemática. Com base no referencial de Santaella e nas categorias originais de Peirce, o autor organizou uma matriz analítica composta por cinco níveis interpretantes, capazes de representar a progressão semiótica dos estudantes no processo de apropriação do conhecimento.

O nível imediato é associado a respostas reproduzidas mecanicamente, socialmente aprendidas ou confusas, nas quais não se identifica articulação lógica ou compreensão conceitual do conteúdo. Nesse estágio, “o signo é apenas reconhecido superficialmente, sem atualização significativa em termos cognitivos” (Sanzovo, 2017, p. 102).

O nível dinâmico emocional, por sua vez, manifesta-se em reações afetivas iniciais, como dúvida, espanto ou interesse súbito, sinalizando a ativação de um processo interpretativo incipiente (Sanzovo, 2017). Ainda segundo o autor supracitado, o nível dinâmico energético corresponde à mobilização de ações práticas e cognitivas dos estudantes frente ao signo: experimentações, simulações, testes de hipóteses, ajustes de modelos e manipulação de variáveis, constituindo uma fase intermediária e operatória do processo semiótico.

No nível dinâmico lógico, observam-se esforços conscientes de organização inferencial do conhecimento, em que os estudantes articulam conceitos, estabelecem relações causais, formulam explicações e constroem argumentos com base em regras e regularidades percebidas. Por fim, o nível final marca a culminância do processo de significação, ocorrendo quando o estudante atinge uma compreensão estável, coerente e generalizável, capaz de ser mobilizada em novos contextos ou reaplicada de forma criativa e autônoma (Sanzovo, 2017).

A matriz teórico-analítica proposta por Sanzovo (2017), ao considerar os níveis interpretantes como indicadores do grau de elaboração semiótica do conhecimento, oferece uma ferramenta eficaz para mapear zonas de desenvolvimento, identificar obstáculos conceituais e planejar intervenções pedagógicas mais precisas e significativas.

No contexto da modelagem matemática, especificamente, essa abordagem mostra-se especialmente relevante, uma vez que os processos de tradução, formalização e validação de modelos exigem que os estudantes mobilizem múltiplos sistemas de representação, reestruturando continuamente os significados que constroem. Esse movimento revela com clareza os diferentes estágios de interpretação e apropriação conceitual que caracterizam a trajetória formativa dos estudantes, permitindo ao professor acompanhar não apenas o que eles aprendem, mas como constroem esse aprendizado ao longo do tempo.

Nesse cenário, a compreensão do processo de significação se ancora na noção da, aqui já mencionada, semiose, entendida como o mecanismo pelo qual um signo representa um objeto para um interpretante. Segundo Peirce (2005), essa dinâmica é intrinsecamente triádica, e, a partir dessa estrutura, a teoria peirceana foi expandida por autores como Winfried Nöth, que propôs categorias específicas para o fenômeno semiótico no campo educacional, como as semioses orientadas, em que os signos operam dentro de um código já estabilizado, e as semioses incompletas ou

transformadas, que apontam para interpretações instáveis, ambíguas ou em construção. Essas categorias complementam os níveis interpretantes ao oferecer um olhar mais dinâmico e relacional da produção de significados, especialmente em práticas educativas que exigem constante negociação de sentido, como é o caso da modelagem matemática no Ensino Superior.

Nöth (2008) introduziu o conceito de signo orientador, um signo que é interpretado com sucesso com base em um código válido e que corresponde às expectativas do intérprete. Esse conceito é fundamental para entender as semioses orientadas, que seguem um percurso predefinido e facilitam a interpretação direta e linear de signos, especialmente em contextos educacionais onde a clareza e a precisão são essenciais para o aprendizado de conceitos complexos (Nöth, 2008; Sebeok, 1994).

Por outro lado, Correia (2012) observa que em contextos reais de interpretação, além de signos orientadores, os indivíduos frequentemente enfrentam signos que causam desorientação. Nöth (2008) classifica essas situações como semioses incompletas ou transformadas, que ocorrem quando um dos correlatos do signo não é identificável ou quando o signo gera expectativas que não se concretizam.

Essas semioses incompletas ou transformadas são marcadas por desvios ou interrupções no processo de significação, levando a interpretações parciais ou modificações do significado original e podem surgir devido a lacunas no conhecimento prévio dos alunos ou ambiguidades nos materiais didáticos, sendo particularmente relevantes em contextos educacionais em que a complexidade dos conteúdos pode desafiar a capacidade interpretativa dos estudantes (Nöth, 2008; Correia, 2012).

A aplicação dos conceitos semióticos ao estudo dos processos educativos permite uma análise detalhada de como os estudantes interpretam e internalizam o conhecimento. Eco (1976) argumenta que a semiótica oferece uma teoria abrangente da produção e interpretação de textos, além de ser uma teoria dos signos, o que a torna uma importante ferramenta para a investigação dos processos de ensino e aprendizagem e a atividade de modelagem matemática empreendida possibilita uma discussão de como os conceitos de semiose podem emergir em diferentes fases do desenvolvimento de uma atividade desta natureza. Isto pois, por meio da análise é possível identificar indícios de semioses orientadas, que são sinais interpretados com sucesso dentro de um contexto predefinido, e como esses indícios são evidentes na prática pedagógica, conforme será discutido no próximo tópico.

Resultados e Discussão: semiótica peirceana e a geração de semioses no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática

No desenvolvimento da atividade de modelagem matemática referente *Bombeamento de Óleos*, na fase de interação, os estudantes (a maior parte do grupo, neste caso) foram apresentados ao problema do bombeamento de óleos e começaram a formular o problema com base em sua experiência e conhecimentos prévios. Aqui, a semiose orientada pode ser observada quando o grupo identificou o problema e definiu as hipóteses iniciais.

De acordo com Nöth (2008), nesta fase, os signos utilizados pelos alunos (informações sobre o formato dos tanques, a viscosidade do óleo e os dados fornecidos) são interpretados dentro de um contexto familiar, o que facilita uma compreensão inicial e orientada do problema. A capacidade dos estudantes de definir o problema com base em suas experiências e conhecimento prévio reflete uma semiose orientada, pois os signos e informações disponíveis são interpretados de acordo com um código conhecido e um contexto pré-estabelecido (Nöth, 2008).

Além disso, ainda nesta fase, verificou-se a emergência do problema e indícios de uma significação inicial por parte dos estudantes que foram instigados a identificar uma situação-problema vinculada ao cotidiano. Observou-se a predominância de interpretantes imediatos, expressos por enunciados descritivos e recorrência a conhecimentos prévios de superfície, como na fala de A-1 “*A empresa armazena óleo vegetal e precisa saber o volume em tanques de diferentes formatos*”.

Tais representações iniciais revelam uma significação ainda não integrada ao campo matemático formal. De acordo com Sanzovo (2017), isso caracteriza o nível interpretante imediato, em que o signo é compreendido apenas de forma potencial, antes de ser elaborado na prática ou logicamente conectado a outros signos.

Na fase de matematização, os alunos transformaram a situação-problema em uma representação matemática, formulando hipóteses e simplificações. Aqui, a semiose orientada se manifestou na forma como os signos matemáticos (como a fórmula para calcular o volume e o trabalho realizado) foram utilizados para construir um modelo que reflete a situação real descrita. A simplificação dos dados e a formulação das hipóteses representam signos interpretados com base em uma compreensão do sistema matemático e do problema, o que permite a construção de um modelo coerente e orientado (Lesh, 2010). As escolhas dos alunos sobre como

modelar o problema matematicamente demonstraram a aplicação de semiose orientada, pois os signos matemáticos foram usados de maneira a atender às expectativas do interpretante, proporcionando uma solução que se alinha com a compreensão do problema (Sebeok, 1994).

Nesta fase, então, os estudantes passaram a construir modelos utilizando fórmulas geométricas e relações de proporcionalidade. O uso do software promoveu a emergência de interpretantes dinâmicos energéticos, identificados por ações como estimativas, simulações e testes de valores:

O aluno A-3 mencionou que “*Testamos o volume do tanque cilíndrico com a fórmula $\pi r^2 h$ para diferentes alturas de enchimento*”. Essa mobilização de ações com propósito e intenção mostra, segundo Santaella (2004), a atualização prática do signo por meio de ações operacionais, critério fundamental do interpretante dinâmico energético.

Além disso, alguns grupos articularam linguagem simbólica e diagramas, evidenciando momentos de nível interpretante lógico, quando os estudantes começaram a estabelecer conexões sistemáticas entre os signos: “*Percebemos que, para diferentes alturas, o volume varia linearmente no tanque cilíndrico, mas não no tanque esférico.*” (fala de A-2) Aqui, o signo foi organizado logicamente, com base em regras e inferências, o que Peirce define como argumentação abductiva ou dedutiva, sinalizando o aprofundamento da significação.

Durante a fase de resolução, o grupo usa o modelo matemático para calcular o trabalho necessário para bombear o óleo, refletindo a aplicação bem-sucedida dos signos matemáticos e fórmulas desenvolvidas anteriormente. A interpretação dos resultados e a construção de uma representação visual e gráfica do tanque (Figura 1) mostram como os signos matemáticos são aplicados de maneira orientada para resolver o problema prático. A semiose orientada é evidenciada na forma como o grupo utiliza o modelo para obter um resultado que pode ser comparado com a situação real do problema (Short, 2007).

Durante a resolução, as interpretações construídas anteriormente foram postas à prova. A análise dos dados revelou a coexistência de semioses orientadas, quando os estudantes operaram com modelos estabilizados e adequados, e de semioses incompletas, especialmente nos momentos em que enfrentaram dificuldades para validar os modelos em contextos reais, o que é corroborado pelo

comentário de A-1: “Nosso modelo dava um volume maior que o esperado. Percebemos que o tanque real tem uma base cônica, o que muda a equação.”

Tal deslocamento do modelo inicial para um modelo mais coerente com a realidade é um indício da transição para um interpretante final, conforme definido por Peirce: aquele que organiza, estabiliza e confere validade lógica ao processo de significação.

Finalmente, na fase de validação e interpretação, o grupo enfrentou o desafio de generalizar o modelo para aplicá-lo a diferentes situações, um processo que pode revelar indícios de semiose incompleta ou transformada. Correia (2012) observa que em contextos de interpretação real, os signos podem levar a desorientação quando não se alinham perfeitamente com a situação. Neste momento, a discussão entre os estudantes sobre a validade da resposta encontrada e a necessidade de generalização do modelo indicam a presença de semiose incompleta. O grupo percebeu que a solução encontrada para um tanque específico precisou ser adaptada para se aplicar a diferentes cenários, mostrando a adaptação e transformação dos signos e das hipóteses para atender à complexidade do problema geral (Nöth, 2008; Correia, 2012).

Com o intuito de organizar de forma sistemática os episódios mais significativos observados durante o desenvolvimento da atividade de modelagem matemática, elaborou-se um quadro analítico que sintetiza os principais movimentos semióticos dos estudantes ao longo das diferentes fases da atividade, conforme consta no Quadro 1.

Quadro 1: Exemplos de Episódios e Níveis Interpretantes Observados

Fase da Modelagem	Produção Estudantil	Nível Interpretante	Evidência da construção de significado e aprendizagem
Interação	Formulação verbal da situação	Imediato	Conhecimento prévio e linguagem cotidiana
Matematização	Cálculo de volume com diferentes fórmulas	Dinâmico Energético	Ações práticas de simulação
Resolução	Generalização do comportamento volumétrico	Dinâmico Lógico	Estabelecimento de regularidades
Interpretação e Validação dos Resultados	Ajustes do modelo ao formato real do tanque	Final	Estabilização do significado e validação do modelo

Fonte: autoria própria (2025)

Portanto, a análise da atividade de modelagem matemática revela como os conceitos de semiose, tanto orientada quanto incompleta, são aplicados e manifestados nas diferentes fases do desenvolvimento de uma atividade matemática. A identificação de signos orientadores e a gestão de possíveis semioses incompletas ou transformadas possibilitam um maior acesso aos processos interpretativos e da aplicação dos conceitos matemáticos no contexto educacional.

Considerações finais

O presente trabalho teve como objetivo discutir os processos de significação manifestados durante o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática em uma turma do segundo ano do curso de Licenciatura em Matemática. Para tal, lançou-se mão de uma análise semiótica de uma atividade de modelagem matemática relacionada ao bombeamento de óleos em tanques cônicos, desenvolvida por um grupo de cinco estudantes no contexto da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral II.

A análise das diferentes fases da atividade de modelagem: inteiração; matematização; resolução; interpretação e validação, revelou como os conceitos de semiose, conforme propostos por Winfried Nöth, podem ser utilizados para compreender e melhorar a prática pedagógica no ensino de matemática, evidenciando que, durante a fase de interação, os estudantes utilizaram signos e informações disponíveis para definir o problema, refletindo uma semiose orientada que facilitou uma compreensão inicial clara do desafio proposto.

A transição para a fase de matematização mostrou como a linguagem matemática foi utilizada para transformar a situação-problema em um modelo representativo, evidenciando a aplicação bem-sucedida dos signos matemáticos. Durante a resolução, o grupo aplicou o modelo matemático para calcular o trabalho necessário para bombear o óleo, com a aplicação dos signos matemáticos se mostrando eficaz na obtenção de uma solução prática.

No entanto, a fase de validação revelou a presença de semiose incompleta ou transformada, à medida que os estudantes enfrentaram desafios na generalização do modelo para diferentes cenários. Esta fase destacou a importância de adaptar e ajustar os signos e hipóteses para atender à complexidade do problema em um contexto mais amplo.

Com relação à discussão sobre os níveis interpretantes, a presença de interpretantes imediatos nas fases iniciais da atividade confirmou o papel fundamental da experiência prévia e do repertório sociocultural dos estudantes na formulação das primeiras representações. À medida que a atividade evoluiu, observaram-se interpretantes dinâmicos energéticos e lógicos, manifestos em ações práticas, testes de modelos, reorganizações de raciocínio e generalizações. Esses movimentos apontam para a modelagem como uma prática formativa complexa, capaz de estimular a articulação entre teoria e prática, linguagem e representação, ação e reflexão.

A identificação pontual de interpretantes finais, mesmo que em número reduzido, demonstra que a mediação pedagógica e a estrutura da atividade favoreceram a estabilização de significados e a apropriação crítica de conceitos matemáticos. Esses achados reforçam o argumento de que a modelagem, especialmente quando analisada por uma lente semiótica, pode funcionar como um espaço privilegiado para a construção de conhecimentos matemáticos com sentido e relevância.

Dos pontos de vistas teórico e metodológico, o uso da classificação dos níveis interpretantes revelou-se uma estratégia potente para qualificar a análise de dados em contextos educativos. A abordagem semiótica permitiu, então, não apenas descrever o que os estudantes fizeram, mas interpretar como construíram significados e quais obstáculos semióticos enfrentaram, subsidiando futuras práticas docentes e pesquisas aplicadas.

Reconhece-se, contudo, que esta pesquisa apresenta limitações quanto à sua abrangência e número de participantes. Nesse sentido, propõe-se como desdobramento a ampliação do estudo para diferentes contextos disciplinares e educacionais, assim como o desenvolvimento de instrumentos didáticos e formativos baseados na lógica dos níveis interpretantes, o que pode contribuir significativamente para a prática docente e a formação de professores de matemática.

Destarte, verifica-se que a utilização dos conceitos semióticos na análise dos processos interpretativos dos estudantes proporcionou uma compreensão mais profunda das dinâmicas envolvidas na modelagem matemática. Assim, é possível inferir que a integração da semiótica na análise das atividades de modelagem matemática evidencia a relevância de considerar os processos de significação na

prática pedagógica, contribuindo, assim, para uma abordagem mais reflexiva e fundamentada no ensino de matemática.

Referências

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; FATORI, Luci Harue; SOUZA, Luciana Gastaldi Sardinha. Ensino de Cálculo: uma abordagem usando a modelagem Matemática. **Revista Ciência e Tecnologia (UNISAL)**, Ano X, n. 16, p 47-59, 2007.

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; SILVA, Karina Alessandra Pessoa da; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. Modelagem Matemática na Educação Matemática. In: ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; SILVA, Karina Alessandra Pessoa (Orgs). **Modelagem Matemática em Foco**, Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda, 2014.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem Matemática em cursos para não-matemáticos. In: **Disciplinas Matemáticas em cursos superiores**, CURY, Helena Noronha. (org), EDIPUCRS, Porto Alegre, 2004, pp 85-110, 2004.

CORREIA, Claudio Manoel de Carvalho. Competência semiótica, percepção e desenvolvimentos das interpretações. In: SIMÕES, Darcilia. (org.). **Língua Portuguesa e Ensino**: reflexões e propostas sobre a prática pedagógica. São Paulo: Factash, 2012.

DRIGO, Maria Ogécia; SOUZA, Luciana Coutinho Pagliarini de. **Aulas de Semiótica Peirceana**. 2 ed. Curitiba: Appris, 2021.

ECO, Umberto. **A Theory of Semiotics**. Bloomington: Indiana University Press, 1976.

GARZELLA, Fabiana Aurora Colombo. **A disciplina de Cálculo I**: análise das relações entre as práticas pedagógicas do professor e seus impactos nos alunos. Tese de Doutorado em Educação, Universidade Estadual de Campinas, 2013.

GOMES, Kelly Amorim. **Indicadores de Permanência na Educação Superior**: o caso da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I. 2015. 217 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Centro Universitário La Salle, Canoas, 2015.

KAISER, Gabriele; SRIRAMAN, Bharath. A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. **ZDM**, v. 38, p. 302-310, 2006.

LESH, Richard. **Mathematical Modeling and Problem Solving**. Springer, 2010.

MENDES, Thiago Fernando. **Caracterização da Construção de Significado em Atividades de Modelagem Matemática à Luz das Dimensões Semiótica e Didática**. 2023. 156 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2023.

NÖTH, Winfried. **Panorama da Semiótica**: de Platão a Peirce. São Paulo: Annablume, 1995

NÖTH, Winfred. **Panorama da Semiótica**: de Platão a Peirce. São Paulo: Annablume, 2008.

OTTE, Michael. Mathematical epistemology from a Peircean semiotic point of view. **Educational Studies in Mathematics**. Springer, v. 61, p. 11-38, 2006.

PEIRCE, Charles Sanders. **Semiótica e filosofia**. Editora Cultrix, 1972.

SANTAELLA, Lúcia. **O que é Semiótica**. Coleção Primeiros Passos. São Paulo: Brasiliense, 2012.

SANZOVO, Daniel Trevisan. **Níveis Interpretantes Alcançados por Estudantes de Licenciatura em Ciências Biológicas acerca das Estações do Ano por meio da Utilização da Estratégia de Diversidade Representacional**: uma leitura peirceana para sala de aula. 2017. 192 p. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2017.

SEBEEK, Thomas A. **A Sign Is Just a Sign**: reflections on semiotics and the human condition. Indiana University Press, 1994.

SEVERINO, Antônio Joaquim. **Metodologia do trabalho científico**. Cortez editora, 2017.

SHORT, Thomas L. **Peirce's Theory of Signs**. Cambridge University Press, 2007.