



Edição Especial

X Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática
Universidade Estadual do Norte do Paraná – Cornélio Procópio (PR), 2024

MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO AMBIENTAL: UMA PERSPECTIVA FILOSÓFICA PARA O DESENVOLVIMENTO DA CRITICIDADE

*MATHEMATICAL MODELING IN ENVIRONMENTAL EDUCATION: A
PHILOSOPHICAL PERSPECTIVE FOR THE DEVELOPMENT OF CRITICAL
THINKING*

Michelle Fernanda da Silva¹

Bárbara Nivalda Palharini Alvim Sousa²

Resumo

Este artigo tem por objetivo investigar elementos do pensamento crítico em atividades de modelagem matemática com foco na Educação Ambiental. Para tanto recorre-se a uma perspectiva filosófica com foco nos usos da linguagem. Dados foram coletados com vinte alunos do quarto ano dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental de uma escola municipal pública, por meio de registros escritos, fotos e vídeos. A análise qualitativa de cunho interpretativo, evidencia os usos da linguagem pelos alunos e o desenvolvimento do ser crítico. Os resultados indicam que a modelagem matemática articulada à Educação Ambiental favorece o desenvolvimento do pensamento crítico ao possibilitar que os alunos atribuam sentido à matemática por meio dos jogos de linguagem mobilizados, analisem e compreendam suas próprias ações e tomadas de decisão ao investigar problemas reais relacionados à sustentabilidade.

Palavras-chave: Modelos matemáticos; Jogos de linguagem; Desenvolvimento Sustentável.

¹ Mestranda no Programa de Pós-Graduação em Ensino (PPGEN) da Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP) - *Campus* Cornélio Procópio.

² Docente do Programa de Pós-Graduação em Ensino (PPGEN) e Colegiado de Matemática da Universidade Estadual do Norte do Paraná (UENP) - *Campus* Cornélio Procópio.



X EPMEM

Encontro Paranaense de Modelagem
na Educação Matemática

Abstract

This article aims to investigate elements of critical thinking in mathematical modeling activities with a focus on Environmental Education. To this end, it draws on a philosophical perspective centered on the uses of language. Data was collected from twenty fourth-grade students in the early years of elementary school at a public municipal school, through written records, photos, and videos. The qualitative interpretative analysis highlights the students' uses of language and the development of critical awareness. The results indicate that mathematical modeling, when articulated with Environmental Education, supports the development of critical thinking by enabling students to attribute meaning to mathematics through the language games they mobilize, and to analyze and understand their own actions and decision-making processes when investigating real problems related to sustainability.

Keywords: Mathematical modeling; Language games; Environmental Education.

Introdução

A Educação Matemática é importante no desenvolvimento de habilidades necessárias para que o ser humano desempenhe um papel ativo na sociedade. De modo geral, fortalecer o ensino e a aprendizagem de matemática pode favorecer o desenvolvimento do pensamento crítico, a tomada de decisões, a construção da cidadania e a formação de uma consciência socioeconômica e socioambiental, entre outros aspectos.

Documentos normativos, como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), o Referencial Curricular do Paraná (RCP) e o Currículo da Rede Estadual Paranaense (CREP), destacam que a matemática deve dialogar com outras áreas do conhecimento para favorecer o processo de aprendizagem (Brasil, 2018; Paraná, 2018, 2021).

Um tema contemporâneo e transversal na Educação é o desenvolvimento sustentável. Nessa perspectiva, a Educação Ambiental promove reflexões individuais, coletivas e escolares acerca do uso responsável dos recursos naturais (Pinto; Quaresma, 2022).

Pode-se observar que cada vez mais, em nível nacional e internacional, discussões referentes a Educação Ambiental têm ganhado espaço. Um exemplo a ser citado é a realização da 30ª Conferência das Partes da Convenção-Quadro das Nações Unidas sobre Mudança do Clima (COP30) realizada no Brasil. Um evento de âmbito mundial que buscou evidenciar a urgência de discutir práticas para a

sustentabilidade, a mobilização contra as mudanças climáticas e a diminuição dos impactos globais (UNFCCC, 2025).

A realização da COP30 em território brasileiro, especificamente na região amazônica do país, faz sentido, pois aponta a centralidade da Amazônia em discussões climáticas globais e a importância de preservar esse bioma. Além disso, ao levar discussões sobre essa temática para o ambiente escolar, os estabelecimentos de ensino efetivam seu papel ao aproximar os alunos das discussões globais do cenário contemporâneo, fomentando reflexões críticas sobre o papel de cada indivíduo na sociedade, sobre o desenvolvimento e consciência sustentável. Reflexões essas que podem ser dialogadas no âmbito da Educação Ambiental por meio da matemática.

Uma alternativa pedagógica que articula problemáticas sociais com o ensino e a aprendizagem matemática, em especial no âmbito da Educação Ambiental, é a modelagem matemática, onde se trabalham, em contextos educativos, situações-problema advindas do cotidiano (Almeida, Silva, Vertuan, 2016). O contato com atividades de modelagem matemática pode ser feito desde os primeiros anos de escolaridade de modo a proporcionar investigações matemáticas que relacionam realidade, os usos da matemática e processos de interpretação e validação (Tortola, 2016).

Por meio de atividades de modelagem matemática, torna-se possível trabalhar temas ligados ao desenvolvimento sustentável e a diferentes questões ambientais. Entre eles, podem ser trabalhados questões como o descarte de resíduos sólidos urbanos, a ocupação de áreas inadequadas, a falta de saneamento básico, o desmatamento, o comprometimento de áreas de cursos d'água urbanos, além da poluição e da contaminação do solo, da água e do ar, bem como as mudanças climáticas, todos fatores que impactam diretamente a sobrevivência humana no planeta.

A percepção do ensino e aprendizagem de matemática sob a ótica da filosofia pode permitir diferentes alternativas pedagógicas para o trabalho em sala de aula e proporcionar visões sobre como se dá a atribuição de sentidos, pelos alunos, aos temas e conteúdos trabalhados pelos professores. Na perspectiva dos usos da linguagem, a forma como os enunciados são trabalhados, as conjecturas formuladas e as regras conceituais estabelecidas influenciam diretamente o significado que os conceitos assumirão para as crianças (Gottschalk, 2023).

Considerando essa compreensão, o pensamento crítico emerge como um elemento de atenção, pois abordar a matemática por meio de problemas não oriundos dela propicia que o aluno desenvolva uma visão crítica do mundo (Borba; Skovsmose, 2001). Segundo Barbosa (2001, p. 4) “as atividades de Modelagem são consideradas como oportunidades para explorar os papéis que a matemática desenvolve na sociedade contemporânea”. O autor salienta que a modelagem tem o papel de proporcionar reflexões sobre a matemática, sua função na sociedade e possibilitar um olhar crítico sobre suas aplicações (Barbosa, 2004).

Associar o pensar criticamente aos usos da linguagem evidencia que, para que uma criança desenvolva um pensamento crítico, ela precisa ser ensinada (Passmore, 1984), e aprender a ser crítica envolve as condições que o professor cria em suas aulas para oportunizar o desenvolvimento da criticidade.

Neste contexto, este artigo tem por objetivo investigar elementos do pensamento crítico em atividades de modelagem matemática com foco na Educação Ambiental³. O texto apresenta os elementos do referencial teórico que fundamentou a pesquisa, os procedimentos metodológicos adotados, a análise e discussão dos dados, e considerações referentes ao desenvolvimento da pesquisa.

Aporte teórico

Nesta seção, apresenta-se o aporte teórico que fundamenta o artigo, dividido em três partes: a modelagem matemática no âmbito da Educação Matemática; a Educação Ambiental como campo propício à realização de atividades de modelagem⁴; e a perspectiva filosófica da linguagem de Wittgenstein como um modo de analisar ações que colaborem com o desenvolvimento do pensamento crítico.

Modelagem matemática

Nos diversos contextos em que se aborda a modelagem matemática na Educação Matemática a investigação é um fator comum que alicerça o desenvolvimento de atividades de modelagem. Neste contexto, utiliza-se de objetos

³ Este artigo apresenta uma versão ampliada e revisada do trabalho originalmente apresentado no X Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática: Repercussões na Educação Matemática (X EPMEM).

⁴ Neste artigo, utiliza-se o termo modelagem para fazer referência à modelagem matemática.

matemáticos para desenvolver modelos matemáticos que possam auxiliar a obter respostas para problemas da realidade (Niss e Blum, 2020; Doerr e English, 2003).

Segundo Blum e Borromeo Ferri (2009) a modelagem matemática pode ser considerada como um processo interativo e dinâmico que permite a compreensão de problemas do cotidiano utilizando estruturas matemáticas em busca de soluções, por meio da interpretação de resultados obtidos por meio do modelo matemático desenvolvido para responder ao problema inicial.

Ainda sobre como é compreendida, “a modelagem matemática sempre se origina de um problema da vida real, que é então descrito por um modelo matemático e resolvido usando esse modelo” (Greefrath; Vorhölter, 2016, p. 8, tradução nossa).

Bassanezi (2009), reconhecido como um dos principais percursores da modelagem matemática no Brasil, entende essa abordagem como uma estratégia de ensino e ressalta o papel da matemática na representação de fenômenos reais para solucionar problemas. Para o autor a modelagem “consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual” (Bassanezi, 2009, p. 24).

A investigação, um dos focos centrais das atividades de modelagem matemática já na década de 2000 é elemento de pesquisas no campo da Educação Matemática. Para Barbosa (2001), investigar envolve reunir e estruturar informações, permitindo que, ao desenvolver atividades de modelagem, os alunos mobilizem diferentes conceitos matemáticos para analisar e compreender distintas situações-problema.

Em meio às variadas abordagens apresentadas na literatura, entende-se a modelagem matemática como uma alternativa pedagógica que favorece a aplicação de conhecimentos matemáticos na resolução de situações-problema cuja origem não se encontra na própria matemática (Almeida; Brito, 2005), permitindo que temas próximos ao interesse dos alunos sejam integrados ao processo (Almeida; Silva; Vertuan, 2016). Essa perspectiva abre espaço para práticas de caráter interdisciplinar, nas quais a colaboração entre os alunos adquire papel central.

Por intermédio das atividades de modelagem matemática os alunos têm a oportunidade de utilizar conhecimentos matemáticos em contextos que vão além das tarefas usuais, explorando assuntos apresentados nas atividades e desenvolvendo procedimentos matemáticos que os auxiliam a resolver os desafios encontrados.

Matematizar uma situação-problema não implica elaborar um modelo matemático para ela, mas sim examiná-la por meio da linguagem matemática, interpretando-a sob uma perspectiva matemática e utilizando a matemática como uma ferramenta que pode servir de apoio na compreensão das diferentes situações-problema investigadas (Sousa, 2017). Esse processo favorece a percepção da matemática como parte das vivências e ações humanas.

Quando o professor se propõe a utilizar uma abordagem diferente em suas aulas é importante que ele pense não apenas em qual usar, mas como usar. O uso da modelagem, por exemplo, é encontrado, na literatura, constantemente ligado ao Ensino Médio e Ensino Superior, e em menor presença nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

Stohlmann e Albarracín (2016), enfatizam que ainda existe diversas possibilidades a serem exploradas com essa faixa etária, e refletem que os alunos podem ser tornar modeladores mais competentes quando são iniciados no universo da modelagem desde os primeiros anos de escolaridade:

Sabemos que as habilidades de modelagem matemática melhoram com o tempo. Faz sentido, então, iniciar a modelagem matemática em idades mais precoces. Há muitos benefícios na modelagem matemática que os alunos do ensino fundamental perdem se não puderem participar da modelagem matemática: desenvolver a compreensão matemática, passar a apreciar mais a matemática e vê-la como algo mais real e aplicável e desenvolver habilidades de comunicação e de vida (Stohlmann; Albarracín, 2016, p. 1, tradução nossa).

Embora existam alguns desafios ao se trabalhar modelagem nos anos iniciais, os alunos precisam ser apresentados a diferentes abordagens no ensino que os auxiliem no desenvolvimento de habilidades além das convencionais (English, 2023). Além disso, os “primeiros anos escolares da Educação Básica possui características singulares, como o emprego da linguagem para lidar com a problemática e para produzir modelos matemáticos” (Tortola; Almeida, 2016, p. 85).

Biembengut e Hein (2009) apresentam que uma atividade de modelagem matemática pode ser inserida e trabalhada em diferentes níveis de escolaridade, e dentro do ensino e aprendizagem de matemática tem por objetivos:

[...] aproximar uma outra área do conhecimento da Matemática; enfatizar a importância da Matemática para a formação do aluno; despertar o interesse pela Matemática ante a aplicabilidade; melhorar a apreensão dos conceitos matemáticos; desenvolver a habilidade para resolver problemas; e estimular a criatividade (Biembengut; Hein, 2009, p. 18-19).

Uma atividade de modelagem matemática aborda uma situação-problema que pode ser constituída por diversos temas, estes analisados em uma linguagem matemática por meio de conceitos e objetos matemáticos (Sousa; Almeida, 2019).

Almeida, Silva e Vertuan (2016) apresentam um conjunto de fases que compõem o desenvolvimento de uma atividade de modelagem. A *inteiração* é o momento em que os alunos têm o primeiro contato com a situação-problema, coletam informações, estabelecem objetivos e formulam o problema a ser investigado. A *matematização* é um momento caracterizado pela transição da linguagem natural para a linguagem matemática, com a definição de hipóteses, variáveis e eventuais simplificações. A fase da *resolução* corresponde à elaboração do modelo matemático, o qual, a partir das relações propostas, permite buscar respostas para o problema. Por fim, as fases de *interpretação de resultados* e de *validação* consistem em analisar as soluções encontradas e verificar se o modelo é adequado à situação real, avaliando se os resultados dialogam com as informações do contexto estudado.

Por vezes, o desenvolvimento da modelagem não se organiza de maneira linear, uma vez que os alunos, ao trabalhar nas atividades, transitam por diferentes caminhos, realizando movimentos de avanço e retomada na tentativa de encontrar soluções para os problemas investigados. A investigação ocorre por meio de procedimentos flexíveis, que podem apresentar características independentes, mas que, articuladas, conferem dinamismo ao processo e ampliam a abertura para a resolução dos problemas de modelagem (Almeida; Casto; Silva, 2021). É ao longo dessas etapas que se desenvolve a exploração dos temas escolhidos, os quais podem envolver, de modo especial, questões relacionadas à Educação Ambiental.

E por meio deste engajamento dos alunos, acredita-se que atividades de modelagem matemática podem oportunizar o desenvolvimento do pensamento crítico, por meio da promoção da compreensão de que a matemática é mais do que determinar respostas, mas também um instrumento que permite aos alunos tecer reflexões sobre o papel de cada um na sociedade.

Educação Ambiental

Diante das intensas mudanças climáticas e dos inúmeros desastres ambientais registrados nas últimas décadas, estudar a Educação Ambiental (EA) mostra-se fundamental para entender como o ser humano atua nas transformações socioambientais. Desde meados do século XX, as preocupações relacionadas à ação humana sobre a natureza têm ganhado destaque (Menezes, 2021), o que levou diferentes países a instituir legislações voltadas à mitigação dos problemas ambientais em múltiplos setores, incluindo o papel da Educação.

No contexto brasileiro, um dos principais marcos na área é a Política Nacional de Educação Ambiental, estabelecida pela Lei n.º 9.795, de abril de 1999. O Art. 1º dessa legislação define a EA como um processo por meio do qual a sociedade desenvolve valores, conhecimentos, habilidades, atitudes e competências voltados à preservação do meio ambiente, considerado bem de uso comum e indispensável a uma vida de qualidade e sustentável (Brasil, 1999). Posteriormente, a Resolução n.º 2, de 15 de junho de 2012, instituiu as Diretrizes Curriculares para a Educação Ambiental, documento que define o papel da EA no processo de ensino, bem como seus princípios e objetivos. Segundo o Conselho Nacional De Educação (CNE):

Art. 2º A Educação Ambiental é uma dimensão da educação, é atividade intencional da prática social, que deve imprimir ao desenvolvimento individual um caráter social em sua relação com a natureza e com os outros seres humanos, visando potencializar essa atividade humana com a finalidade de torná-la plena de prática social e de ética ambiental.

Art. 3º A Educação Ambiental visa à construção de conhecimentos, ao desenvolvimento de habilidades, atitudes e valores sociais, ao cuidado com a comunidade de vida, a justiça e a equidade socioambiental, e a proteção do meio ambiente natural e construído.

Art. 4º A Educação Ambiental é construída com responsabilidade cidadã, na reciprocidade das relações dos seres humanos entre si e com a natureza.

Art. 5º A Educação Ambiental não é atividade neutra, pois envolve valores, interesses, visões de mundo e, desse modo, deve assumir na prática educativa, de forma articulada e interdependente, as suas dimensões política e pedagógica.

Art. 6º A Educação Ambiental deve adotar uma abordagem que considere a interface entre a natureza, a sociocultura, a produção, o trabalho, o consumo, superando a visão despolitizada, acrítica, ingênua e naturalista ainda muito presente na prática pedagógica das instituições de ensino (Brasil, 2012, p. 2).

A EA pode ser integrada ao ambiente escolar por meio de atividades, projetos ou ações específicas, ficando a cargo das instituições inserir temas ambientais atuais de maneira transversal, adequando o currículo conforme as necessidades do contexto. No cotidiano escolar, questões como o uso dos recursos naturais, a poluição, o desenvolvimento sustentável, a decomposição de materiais, entre outras, podem ser abordadas sob múltiplas perspectivas, inclusive em aulas de matemática.

No cenário educacional, pesquisas vêm sendo desenvolvidas articulando a Educação Ambiental a práticas de modelagem matemática com questões socioambientais a fim de trabalhar aspectos de conscientização ambiental com o uso de recursos matemáticos (Caldeira, 1998; Costa, 2017; Dias *et al.*, 2018; Kotovicz, 2018; Costa; Pontarolo; Teixeira, 2021; Lacerda *et al.*, 2023).

As atividades de modelagem permitem que alunos de diferentes níveis de escolarização investiguem temas relacionados ao seu cotidiano (Brancaleone, 2016) e empreguem conceitos matemáticos para compreender questões ambientais. Nesse contexto, o desenvolvimento do pensamento crítico torna-se um aspecto central, possibilitando que os alunos construam entendimentos, elaborem reflexões e tomem decisões a partir de suas vivências no mundo.

Na próxima seção, apresenta-se uma perspectiva filosófica que visa amparar a análise das relações estabelecidas pelos alunos entre linguagem e mundo, de modo que suas experiências com atividades de modelagem permitam seu desenvolvimento crítico e social.

Uma perspectiva filosófica sobre a linguagem e como ela proporciona o desenvolvimento pessoal dos sujeitos

O filósofo austríaco Ludwig Wittgenstein teve a linguagem e o modo como aprendemos uma linguagem como foco de suas investigações, em particular em sua segunda fase determinada na obra *Investigações Filosóficas* (Wittgenstein, 2013). Mesmo sem intencionalidade, suas reflexões dialogam com aspectos ligados à filosofia da Educação (Hamlyn, 1989).

O filósofo destaca que o significado de um conceito, de uma palavra, é determinado por meio de seus usos na linguagem. Estes usos por sua vez são detalhados por meio de atividades com a linguagem, às quais denomina de *jogos de linguagem*, que são também ações com a linguagem regradas nas diversas atividades

humanas (Wittgenstein, 2013). Gottschalk (2010) apresenta que um jogo de linguagem consiste no uso de palavras dentro de determinadas atividades, sendo essas atividades responsáveis por atribuir sentido ao que é dito. O significado das palavras muda conforme o contexto em que são utilizadas. Falar uma língua é parte de um modo de viver, assim como caminhar, alimentar-se ou beber. A linguagem está inserida nos hábitos e práticas cotidianas (Gottschalk, 2010).

Assim, os jogos de linguagem evidenciam os vários modos de utilização da linguagem, que não permanece rígida, mas se ajusta aos contextos em que surge. Um exemplo disso é que uma mesma palavra pode ser usada em situações distintas sem que haja qualquer semelhança entre esses usos (Gottschalk, 2007). Nas reflexões do filósofo: “A expressão “jogo de linguagem” deve salientar aqui que falar uma língua é parte de uma atividade ou de uma forma de vida. [...] Ordenar, e agir segundo ordens – Descrever um objeto pela aparência ou pelas suas medidas [...]” (Wittgenstein, 2013, § 23).

No âmbito da Educação Matemática, Fredrich e Lara (2021) apontam que a matemática não é única e universal, o que possibilita entender que existem diversas formas de utilizá-la, e que ela pode ser representada por meio de jogos de linguagem criados em diferentes contextos. Para Tortola e Almeida (2016):

A linguagem matemática pode ser encarada como um jogo de linguagem, somar, subtrair, resolver uma equação, esboçar um gráfico etc. também podem, pois envolvem um conjunto de regras que delimitam atividades e indicam maneiras de agir, sendo essas atividades constituintes da atividade matemática (Tortola; Almeida, 2016, p. 91).

No que tange à modelagem matemática, os diferentes caminhos percorridos pelos alunos durante as atividades permitem que eles vivenciem a matemática de variados modos, realizando diferentes ações com a linguagem (Almeida; Tortola, 2022). Além disso, os jogos de linguagem presentes na situação-problema ou na própria matemática contribuem para que o significado seja compreendido como a apropriação linguística dos conceitos e das práticas mobilizadas pelos alunos ao longo do processo de modelagem (Sousa; Almeida, 2019).

É por meio dos usos da linguagem e das experiências dos sujeitos com o mundo que ensinar a ser crítico se faz necessário para que os sujeitos saibam como se posicionar no mundo e fazer com que a evolução pessoal seja também evolução social e ambiental.

Passmore já em 1984 detalhava os desafios do que caracteriza ensinar alguém a ser crítico. Ao relacionar essa perspectiva às atividades de modelagem matemática, percebe-se que o próprio processo de desenvolvimento dessas atividades pode favorecer a construção do pensamento crítico de uma criança, pois ele contrasta com aquilo que Passmore (1984) denomina atividade habitual, práticas que seguem regras rígidas, modelos de ensino conservadores e conteúdos previamente estabelecidos, elementos que tornam mais difícil ao professor estimular a criticidade do aluno em relação ao próprio desempenho. Para este autor “ensinar a criança a ser crítica [...] envolve incentivá-la a olhar criticamente para o valor das práticas em que é ensinada a se envolver, o que é diferente de olhar para o nível de realização que atinge em seu desempenho” (Passmore, 1984, p. 5).

O desenvolvimento do pensamento crítico está associado na Educação Matemática, à capacidade de interpretar e compreender situações, questionar suposições, avaliar, traçar estratégias e definir caminhos que possam levar a resoluções que permitam solucionar um problema.

Compreender a crítica como a arte de julgar e analisar (Barbosa, 2001), permite o entendimento que, no âmbito da matemática, assim como em outras áreas, a criticidade abordada no meio educacional, tem como objetivo possibilitar que os alunos tenham uma participação crítica na sociedade (Araújo, 2012).

Segundo Lima et al (2022, p. 18):

Criticar é um ato político que pode possibilitar a transformação de uma determinada realidade, seja quanto ao processo de ensino e de aprendizagem da Matemática ou quanto às questões sociais. É uma maneira de ler e interpretar a realidade, elemento propulsor da ação que nos leva à reescrita do mundo em que estamos inseridos.

Considerando os apontamentos anteriores, tem-se que ter um pensamento crítico, não é o uso da crítica pela crítica, mas o desenvolvimento de autonomia para que um indivíduo tenha a capacidade de posicionar frente a problemas reais, sejam eles políticos, sociais ou ambientais. É uma competência que pode ser aprendida, desde que seja oportunizada de forma efetiva.

Aspectos do pensamento crítico estão relacionados aos usos da linguagem, pois é por meio dos jogos de linguagem que os alunos atribuem sentido às práticas que realizam, como interpretar, argumentar, tomar decisões, entre outras.

Articulada a modelagem matemática, a criticidade está no próprio fazer modelagem. Como apontado por Barbosa (2004, p. 2):

[...] atividades de Modelagem podem contribuir para desafiar a ideologia da certeza e colocar lentes críticas sobre as aplicações da matemática. Discussões na sala de aula podem agendar questões como as seguintes: O que representam? Quais os pressupostos assumidos? Quem as realizou? A quem servem?.

Com esse pensamento, entende-se que trabalhar com atividades de modelagem matemática pode possibilitar que os alunos caminhem por distintos jogos de linguagem (sejam jogos próprios da matemática ou de contextos gerais) e atribuir sentido aos objetos matemáticos utilizados, realizando conexões com a realidade que lhes permitam aprender a ser críticos.

Encaminhamento metodológico

Tendo por objetivo investigar elementos do pensamento crítico em atividades de modelagem matemática com foco na Educação Ambiental, realizou-se uma investigação empírica com alunos do 4º ano dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental de uma escola pública. Durante seis horas de aula, foram desenvolvidas atividades de modelagem matemática em uma abordagem interdisciplinar, articulando os componentes de Matemática e Ciência, Tecnologia e Sustentabilidade, disciplina esta específica dessa escola de ensino integral.

Neste artigo, utiliza-se, para apresentar o percurso analítico, o desenvolvimento de duas atividades: atividade 1, “Derramamento de Petróleo nos Oceanos”, e atividade 2, “Poluição da Água”. Dados foram coletados a partir dos registros escritos dos alunos no desenvolvimento das atividades, fotos, bem como de respostas a questionários respondidos após o desenvolvimento de cada atividade.

Na etapa seguinte, realizou-se uma análise qualitativa acompanhada de reflexões interpretativas acerca dos usos da linguagem, dos jogos de linguagem mobilizados pelos alunos e do desenvolvimento do pensamento crítico. Para tanto, o desenvolvimento das atividades é descrito, tendo por base que, na prática das atividades de modelagem matemática, emergem diferentes usos da linguagem pelos alunos e, nesse ínterim, o desenvolvimento argumentativo, a tomada de decisões, as

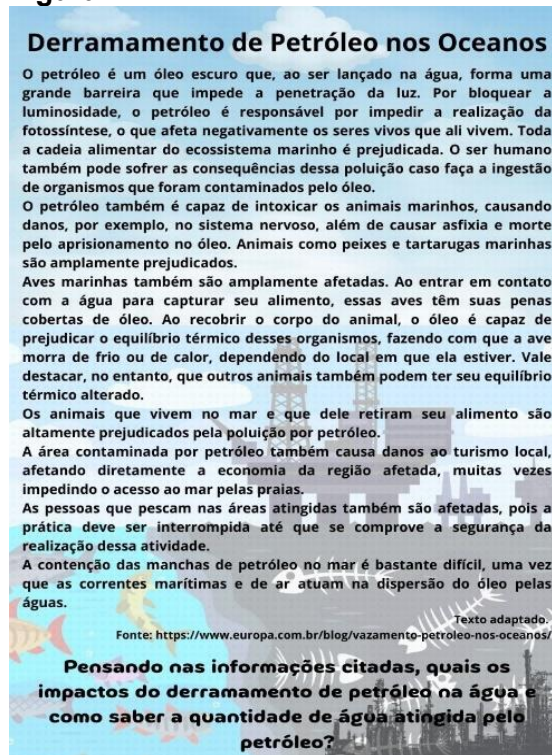
reflexões sobre o mundo e o desenvolvimento dos alunos engajados na solução da situação-problema.

Análise dos dados e Discussão dos Resultados

Para contextualizar a atividade, a professora apresentou a proposta aos alunos, explicando que eles conduziram algumas investigações cujo foco seria a Educação Ambiental e a poluição da água. Essa apresentação inicial configura um jogo de linguagem, pois foi nesse momento que a professora explicitou à turma a intenção da aula e os objetivos que orientariam as atividades. As inter-relações existentes entre professor e alunos são fundamentais para o desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática (Almeida; Tortola, 2022).

A turma foi distribuída em grupos, que receberam um texto de apoio como ponto de partida para a Atividade 1, “Derramamento de Petróleo nos Oceanos” (Figura 1).

Figura 1: Texto Introdutório da Atividade 1



Derramamento de Petróleo nos Oceanos

O petróleo é um óleo escuro que, ao ser lançado na água, forma uma grande barreira que impede a penetração da luz. Por bloquear a luminosidade, o petróleo é responsável por impedir a realização da fotossíntese, o que afeta negativamente os seres vivos que ali vivem. Toda a cadeia alimentar do ecossistema marinho é prejudicada. O ser humano também pode sofrer as consequências dessa poluição caso faça a ingestão de organismos que foram contaminados pelo óleo.

O petróleo também é capaz de intoxicar os animais marinhos, causando danos, por exemplo, no sistema nervoso, além de causar asfixia e morte pelo aprisionamento no óleo. Animais como peixes e tartarugas marinhas são amplamente prejudicados.

Aves marinhas também são amplamente afetadas. Ao entrar em contato com a água para capturar seu alimento, essas aves têm suas penas cobertas de óleo. Ao recobrir o corpo do animal, o óleo é capaz de prejudicar o equilíbrio térmico desses organismos, fazendo com que a ave morra de frio ou de calor, dependendo do local em que ela estiver. Vale destacar, no entanto, que outros animais também podem ter seu equilíbrio térmico alterado.

Os animais que vivem no mar e que dele retiram seu alimento são altamente prejudicados pela poluição por petróleo.

A área contaminada por petróleo também causa danos ao turismo local, afetando diretamente a economia da região afetada, muitas vezes impedindo o acesso ao mar pelas praias.

As pessoas que pescam nas áreas atingidas também são afetadas, pois a prática deve ser interrompida até que se comprove a segurança da realização dessa atividade.

A contenção das manchas de petróleo no mar é bastante difícil, uma vez que as correntes marítimas e de ar atuam na dispersão do óleo pelas águas.

Fonte: <https://www.europa.com.br/blog/vazamento-petroleo-nos-oceanos/>

Texto adaptado.

Pensando nas informações citadas, quais os impactos do derramamento de petróleo na água e como saber a quantidade de água atingida pelo petróleo?

Fonte: as autoras

Depois de lerem e debaterem o material, a professora promoveu um momento de diálogo inicial, levantando questões que ampliavam a compreensão do tema, tais

como: “de onde vem o petróleo?”, “de que maneira ele é retirado?” e “o que caracteriza uma plataforma de petróleo e onde elas se localizam?”.

Alguns alunos possuíam um conhecimento básico sobre a origem do petróleo, adquirido por meio de diferentes mídias, enquanto outros não tinham essa informação. Essa inserção nos jogos de linguagem relacionados à situação-problema mostra-se essencial, pois permite que os estudantes, além de se familiarizarem com o tema, mobilizem as regras necessárias para o tratamento da investigação proposta. Além disso, a intervenção da professora nas discussões sobre o assunto, fazendo questionamentos aos grupos, auxiliaram os alunos a conseguirem expressar seus conhecimentos e opiniões, contribuindo para as inteirações, fase essa em que se tem o primeiro contato com o tema para buscar informações sobre a situação-problema (Almeida; Silva; Vertuan, 2016).

Com o objetivo de aprofundar a compreensão dos alunos, a professora esclareceu questionamentos surgidos durante o diálogo e apresentou breves vídeos que ilustravam como ocorre a extração do petróleo. Após esse momento inicial, os grupos passaram à execução de um experimento de simulação: água foi utilizada para representar o oceano, enquanto que o óleo vegetal assumiu o papel do petróleo, possibilitando que os alunos analisassem a interação entre as duas substâncias (Quadro 1). À luz do desenvolvimento do pensamento crítico (Passmore, 1984), compreende-se que vivenciar essa situação de forma prática possibilita ao aluno reunir evidências que sustentem suas hipóteses.

O objetivo de simular o tema abordado por meio de um experimento é apresentar aos alunos meios para que consigam visualizar possibilidades de responder o problema utilizando a matemática e ainda explorar qual matemática usar (Almeida; Tortola, 2022). Ademais, a realização do experimento traz aproximações para com evento real, a poluição dos oceanos, considerando o experimento como uma linguagem, é por meio desta linguagem que os alunos puderam estabelecer um diálogo entre o conhecimento natural (o problema ambiental causado pelos derramamentos de petróleo nos oceanos) e o conhecimento científico (como usar a matemática para solucionar o problema apresentado).

Em relação à modelagem matemática, destaca-se o papel da coleta de dados no processo investigativo. Os jogos de linguagem próprios da modelagem e da matemática também se evidenciam na etapa de matematização. Depois do experimento, a professora questionou os alunos sobre o que haviam observado em

relação aos dois elementos utilizados. A partir dessas provocações, tornou-se possível perceber uma articulação entre a fase de inteiração e o início da matematização, uma vez que os alunos passaram a compreender melhor a situação estudada, trocaram ideias dentro dos grupos, investigaram possibilidades e levantaram hipóteses, como: Grupo 2 *“poderíamos tentar tirar o óleo da água para saber a quantidade que conseguiriam tirar”*; Grupo 4: *“se medirmos a barreira que o óleo forma sabemos quanto da água está poluída”*.

Fredrich e Lara, (2021) abordar a importância da matematização considerando a linguagem utilizada. A expressão “pensar matematicamente” foi utilizada pela professora para auxiliar os alunos a traçarem estratégias que os ajudassem. “Tirar o óleo”, “medir a barreira de óleo”, “quantidade da água poluída” são jogos que foram utilizados pelos alunos em diversos momentos e contribuíram para que conseguissem pensar em como matematizar a situação.

As hipóteses constituem parte essencial do processo de modelagem, e elaborá-las possibilitou que os alunos levantassem questionamentos e explorassem múltiplas alternativas para resolver a situação apresentada. Esse movimento favorece o amadurecimento do pensamento crítico, uma vez que diferentes hipóteses refletem distintas maneiras de interpretar o mundo. Passmore (1984) aponta que aprender a ser crítico é aprender a questionar, analisar justificativas e considerar os processos envolvidos, sem restringir as críticas apenas aos resultados. Tanto pelos elementos da Educação Ambiental quanto pelos jogos de linguagem presentes nas hipóteses elaboradas durante a atividade de modelagem matemática, observa-se que o pensamento crítico emerge dos jogos de linguagem acionados pelos alunos.

Por meio das hipóteses formuladas e os jogos de linguagem empregados foi possível observar que os alunos começaram a encaminhar o uso de uma linguagem matemática, mesmo sem o uso de uma representação matemática, como já sinalizaram Tortola e Almeida (2016).

Neste contexto, os jogos de linguagem da matemática são acionados e entram em ação nas atividades linguísticas dos alunos. De acordo com Sousa e Almeida (2019, p. 7), “a matematização da situação-problema indica a entrada no domínio da matemática e na fase de resolução, em que regras e convenções matemáticas são utilizadas e entra em cena o seguir regras”.

Ao decorrer das inteirações durante o desenvolvimento da atividade, os grupos optaram por tentar remover o óleo da água. Para auxiliá-los, a professora

forneceu alguns materiais para que, caso julgassem necessário, os alunos pudessem utilizá-los em seus experimentos. As ações realizadas no experimento estão associadas a um jogo de linguagem específico. É como mencionado por Almeida e Tortola (2022, p. 232), “cada jogo de linguagem propõe um modo característico de agir, uma racionalidade que reflete a experiência ou propõe uma prática”.

Os Grupos 1 e 3 tentaram remover o óleo utilizando papel e perceberam que não seria possível limpar a água por meio desse recurso. O Grupo 2 escolheu o algodão, considerando ser um material mais resistente, e notou que o óleo se fragmentava em porções, permanecendo na superfície da água, ainda que parte dele fosse retirada. O Grupo 4 supôs que a esponja facilitaria o processo de limpeza, por acreditar que ela absorveria o óleo; contudo, mesmo retirando uma parte do óleo, acabavam removendo também a água durante o procedimento (Quadro 1). Explorar várias formas de solucionar um problema permite que o aluno perceba a matemática como uma prática investigativa, e não somente como um conjunto de regras fixas, compreendendo-a, conforme Wittgenstein (2013), como um produto da ação humana.

Quadro 1: Petróleo no Oceano - Simulação Experimental





Observação: Proporção utilizada de 1000 ml de água e 100 ml de óleo (sugestão).



Fonte: as autoras

Após esse processo, os grupos decidiram examinar a água poluída tomando como referência o recipiente utilizado, para mensurar a camada de óleo formada.

Assim que estabeleceram o modo de proceder, começaram a coletar os dados necessários para estimar a proporção de água comprometida pela contaminação. Ao longo da atividade, a professora desempenhou o papel de mediadora, auxiliando os grupos apenas quando surgiam dúvidas próprias da idade, mas sem interferir nos percursos investigativos que cada um escolheu seguir. Sua intervenção buscou oferecer direcionamento sem restringir, preservando as formas individuais com que cada grupo compreendia o tema e estruturava o andamento da atividade. Para finalizar a atividade, cada grupo apresentou as investigações feitas e o caminho seguido durante o processo. Nesse momento, foi possível observar as simplificações feitas por cada equipe e identificar se havia ideias convergentes ou divergentes entre elas (Quadro 2). Essa etapa evidencia aspectos do pensar criticamente em matemática, pois convida os alunos a refletirem sobre as soluções encontradas e sobre os caminhos seguidos, avaliando se outras possibilidades poderiam ter sido exploradas e se validariam melhor o problema proposto.

Quadro 2: Registros das respostas apresentadas pelos Grupos

Registros do Grupo 1:	Registros do Grupo 2:
<p>“Percebemos que se juntar os dois (água e óleo) vira uma barreira. Usamos papel toalha para o óleo da água, mas percebemos que só tirou um pouco do óleo”.</p> <p>Perímetro do recipiente: 72 cm: 720 mm Altura do recipiente: 10cm: 100</p> <p>Altura do óleo no recipiente: 3 mm</p> <p>$720 \text{ mm} \times 3 \text{ mm} = 2160 \text{ mm}$ representa a parte da água poluída dentro do recipiente.</p> 	<p>“A água e o óleo não se misturam, fica igual uma barreira na água. Se mexer, eles voltam a ficar juntos e fica com bolhas de óleo na água. Para tirar o óleo da água podemos usar um equipamento. A gente usou o algodão para limpar o óleo e limpou só um pouco e ficou um pouco mais de bolhas”.</p>  <p>Retirada do óleo:</p> <p>Espremeu-se no copo medidor 150 ml, mas quase metade era água. Ainda ficou mais ou menos 70 ml de óleo na água, que se espalhou na superfície em bolhas.</p>

<p>Registros do Grupo 3:</p> <p>“Nós percebemos que não misturou, mas virou uma barreira. Entendemos que não conseguiríamos tirar todo o óleo, nós tentamos tirar o óleo com filtro de papel”.</p>  <p>Dados: 1000 ml = 1 litro (de água)</p> <p>100 ml (de óleo)</p> <p>Medidas: Altura de sujeira é de 2 mm de toda a superfície com óleo.</p>	<p>Registros do Grupo 4:</p> <p>“O óleo fez uma barreira na água. Tentamos tirar o óleo sem tirar a água. Usamos uma esponja para sugar o óleo. Ficou bolhoso e percebemos que não conseguiríamos tirar todo o óleo, e um pouco da água saía junto”.</p>  <p>Medidas: Circunferência dos recipiente: 42 cm = 420 mm (uso de régua construção própria) Altura do óleo na água: 3 mm $420 \times 3 = 1260$ mm representa a parte poluída dentro do recipiente.</p>
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Fonte: as autoras

Almeida e Tortola (2022, p. 241) apontam que “novos jogos de linguagem podem ser utilizados e entrelaçados como meio de libertação de jogos de linguagem anteriores”. Ao longo da Atividade 1 “Derramamento de Petróleo nos Oceanos”, percebeu-se que a modelagem matemática entendida como um jogo de linguagem abriu espaço para que os alunos mobilizassem diferentes jogos à medida que avançavam no processo investigativo. As regras inicialmente assumidas foram sendo ajustadas conforme as necessidades surgidas das hipóteses pensadas, e, à medida que o trabalho avançava, novas regras passaram a ser elaboradas para sustentar o desenvolvimento da investigação.

Compreender o problema, levantar hipóteses, alterar a forma de pensar a situação, coletar dados, organizar e sistematizar as ideias, elaborar a resolução e comunicar os resultados são exemplos de jogos de linguagem acionados pelos alunos, constituindo práticas linguísticas orientadas pelas regras do contexto real ou do próprio campo matemático.

Em relação aos jogos de linguagem matemáticos os alunos fizeram uso de alguns jogos conhecidos por eles: a medição de altura e largura, cálculo do perímetro, observação de medidas de comprimento e capacidade e uso das operações básicas. As regras de cada jogo permitiram que os alunos representassem o fenômeno estudado por meio do experimento. Por sua vez também aprenderam novas regras relacionadas ao jogo de conversão de medidas de comprimento e capacidade, jogo

este que até a realização da atividade não era jogado pela maioria dos alunos, pois associações como $42\text{ cm} = 420\text{ mm}$ e $100\text{ ml} = 1\text{ litro}$ não eram utilizados por eles (Sousa; Almeida, 2019).

Após as apresentações, a professora conversou com a turma sobre os resultados alcançados, incentivando-os a refletir se haviam sido capazes de estimar a quantidade de água contaminada. Durante essa análise, alguns grupos perceberam que, dadas as características dos materiais utilizados, o foco de sua investigação acabou direcionando-se para identificar qual método de limpeza da água seria mais eficiente. Esse momento evidencia que, o desenvolvimento de uma atividade de modelagem pode conduzir ao aparecimento de objetivos inesperados, os quais passam a orientar novas explorações e requerem o estabelecimento de diferentes regras para conduzir o processo, em consonância com o que discute Almeida (2014).

A partir das reflexões de Passmore (1984), entende-se que o debate instaurado durante a atividade de modelagem desempenha papel central na construção da criticidade. Isso ocorre porque os alunos apresentam suas respostas, comparam-nas com as de outros grupos, examinam se suas abordagens solucionam o problema investigado e exercem uma avaliação crítica sobre os procedimentos adotados por eles mesmos e pelos colegas, sobretudo ao perceberem que determinadas soluções não correspondem satisfatoriamente ao que a situação exigia. Segundo Passmore (1984), isso ocorre, porque aprender a ser crítico envolve analisar as razões, as justificativas, as argumentações, julgar não apenas os resultados, mas também os processos que levaram a eles. Nesse ponto, comparar os resultados, basicamente seria comparar os modelos, identificar as diferenças e/ou semelhanças. Ser crítico é conseguir avaliar as decisões tomadas, para avaliar se fazem sentido.

Ensinar a ser crítico como discutido em Passmore (1984), é possível quando se considera a linguagem utilizada e o papel dela na aprendizagem do aluno, a colocando como um elemento central na relação entre professor e aluno. Os jogos de linguagem quando usados de forma arbitrário podem não trazer sentido, mas quando presentes em um contexto, neste caso a atividade de modelagem matemática desenvolvida, possibilita que o aluno perceba que em meio a situações-problema reais a matemática pode ter o papel não apenas de quantificar dados, mas de fornecer soluções.

Neste contexto, é possível trazer à tona as palavras de Almeida e Tortola (2022) quando investigam modelagem matemática e a perspectiva dos jogos de linguagem de Wittgenstein:

Os jogos de linguagem associados à realidade desempenharam um papel problematizador, trazendo para o âmbito da sala de aula a temática da poluição dos oceanos, frequentemente acionadas nos debates políticos e sociais relativos às questões ambientais. [...] Considerando especificidades de uma atividade de modelagem matemática, a matematização da situação da realidade se orientaria pela interlocução entre as informações sobre a situação e uma possibilidade de uso de conceitos, ferramentas e procedimentos próprios da matemática (Almeida; Tortola, 2022, p. 232-233).

No âmbito da pesquisa empírica apresentada neste artigo, durante as discussões em sala, a professora destacou que os alunos haviam desenvolvido boas ideias ao refletirem sobre a limpeza da água e que essas ideias poderiam ser utilizadas para avaliar qual das técnicas de remoção do óleo se mostraria mais eficiente. Os modelos matemáticos construídos pelos grupos, bem como a organização dos dados (Quadro 3).

Quadro 3: Síntese do Modelo elaborado

<p>Definição de hipóteses:</p> <ul style="list-style-type: none"> A quantidade de óleo absorvido com diferentes materiais pode representar qual o melhor para a absorção de uma porcentagem do óleo total da água. <p>Medidas:</p> <p>Água: 1000 ml = 1 litro</p> <p>Óleo: 100 ml</p>		<p>Modelo matemático da situação:</p> <p>P_a = porcentagem de absorção</p> <p>Q_o = quantidade do óleo coletado</p> <p>Q_t = quantidade do óleo total</p> $P_a = \frac{Q_o}{Q_t} \times 100$	
<p>Teste 1: Material: papel toalha $Q_o = 10$ ml $Q_t = 100$ ml</p> $P_a = \frac{10}{100} \times 100$ $P_a = 10 \%$	<p>Teste 2: Material: algodão $Q_o = 25$ ml $Q_t = 100$ ml</p> $P_a = \frac{25}{100} \times 100$ $P_a = 25 \%$	<p>Teste 3: Material: esponja $Q_o = 40$ ml $Q_t = 100$ ml</p> $P_a = \frac{40}{100} \times 100$ $P_a = 40\%$	
<p>A partir dos testes realizados observou-se que o melhor material para absorção do óleo dentro do contexto estabelecido é a esponja.</p>			

Fonte: as autoras

Ao analisar todo o processo de desenvolvimento da atividade e a forma como os alunos articularam as etapas da modelagem matemática, notou-se que eles mesmos foram definindo as regras, em sintonia com o jogo que construíram coletivamente. Os jogos que surgiram durante a atividade foram se constituindo conforme cada grupo traçava seus próprios caminhos como modeladores, revelando diferentes maneiras de agir e interpretar a situação proposta.

A elaboração de um modelo matemático faz parte dos processos que envolvem uma atividade de modelagem, e permite que o aluno faça uso dos conhecimentos prévios associados a matemática que já possuem e aprendam novos conhecimentos, como já destacado por Tortola e Almeida (2016), todos esses conceitos são jogos de linguagem associados a um outro jogo que é a matemática.

Os testes realizados a fim de observar qual seria o material mais adequado para absolição do óleo permitiu que os alunos explorassem conceitos matemáticos que ainda não conheciam. Além da conversão de medidas, o uso da porcentagem, das operações com frações e da definição de variáveis que estavam representando algum elemento, permitiu que novos jogos fossem apresentados aos alunos, e consequentemente novas regras.

Os jogos de linguagem associados à matemática utilizados inicialmente foram escolhidos por serem conhecimentos que os alunos já tinham acesso. Com a intervenção da professora, e os novos jogos apresentados os alunos readaptaram a forma de olhar para a situação-problema a fim de solucioná-la. Os usos da linguagem permitem que no desenrolar de uma atividade de modelagem, o modelador explore diferentes caminhos conforme os jogos utilizados não se adequem, ou seja, novos jogos de linguagem podem ser usados para substituir aqueles que não são compatíveis com a investigação realizada.

Após a conclusão da Atividade 1, deu-se início à Atividade 2, intitulada “Poluição da Água” (Quadro 4). Os mesmos grupos foram mantidos e receberam um questionário no qual deveriam refletir sobre o que aprenderam e observaram durante a primeira atividade, bem como analisar a poluição da água à luz de seus conhecimentos prévios e de estudos já realizados. O (Quadro 4) apresenta alguns dos principais pontos mencionados pelos alunos ao responderem coletivamente ao questionário.

Quadro 4: Transcrições das respostas ao questionário “Poluição da Água”

 <p>POLUIÇÃO DA ÁGUA EM GRUPO PENSE, REFLITA E RESPONDA. QUESTIONÁRIO</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Por que é importante manter limpa as águas dos rios e oceanos? 2. O que acontece com os animais marinhos e outras espécies de vida que vivem em lugares de água contaminada? 3. O que podemos fazer para evitar que o óleo do petróleo e outros produtos químicos poluam a água? 4. Na sua opinião, por que algumas pessoas ainda poluem a água, mesmo sabendo que podem prejudicar o meio ambiente? 5. Que mudanças simples podemos fazer na nossa rotina (em nossas casas, escolas, etc.) para ajudar a manter limpa a água dos rios? 6. O que acontecerá com as futuras gerações se o ser humano não cuidar das águas dos rios e oceanos? 7. Sobre a nossa atividade anterior, o que você conseguiu observar em relação a água contaminada? 	<p>Grupo 2: “A plataforma de petróleo tem que para o encanamento para não cair óleo na água”.</p> <p>Grupo 3: “Filtrar a água para não matar os animais marinhos”.</p> <p>Na sequência os grupos opinaram sobre porque as pessoas ainda poluem a água mesmo sabendo que é errado.</p> <p>Grupo 2: “Talvez as pessoas não saibam que ruim ou não pensam no próximo”.</p> <p>Grupo 3: “Porque mesmo sabendo que é errado prejudicar o meio ambiente elas não pensam”.</p> <p>Grupo 4: “Porque elas são irresponsáveis e isso foi passado de geração em geração, então elas ainda fazem mesmo que seja errado”.</p> <p>Sobre as mudanças simples que podemos fazer na nossa rotina, no geral os grupos colocaram respostas semelhantes: “não jogar lixo na pia e nos rios, varrer as ruas e limpar os bueiros, não desperdiçar água”.</p>
<p>Primeiramente perguntou-se sobre porque é importante manter limpa as águas dos rios e oceanos?</p> <p>Grupo 1: “Porque os animais marinhos podem morrer e as plantas também”.</p> <p>Grupo 2: “Para não matar os animais aquáticos. Para nos animais terrestres não morrerem bebendo água do rio e do oceano”.</p> <p>Em seguida os alunos responderam sobre o que acontece com os animais marinhos e outras espécies de vida que vivem em lugares de água contaminada.</p> <p>Grupo 1: “As águas poluídas podem matar os animais aquáticos e esses animais mortos, muito deles são extintos”.</p> <p>Grupo 3: “O peixe que a gente como pode ter doenças e a gente pegar a doença”.</p> <p>Em relação à questão três, os alunos pensaram em como evitar que o óleo do petróleo e outros produtos contaminem a água.</p> <p>Grupo 1: “Não jogar produtos químicos na água e não jogar óleo nas pias para não poluir os oceanos, mares e rios”.</p>	<p>Sobre as futuras gerações falaram que o mundo iria sofrer sem água, não teriam alimentos e proteína, os animais estariam mortos, o planeta ficaria sujo, não teriam árvores saudáveis, muitos poderiam morrer.</p> <p>Na questão sete os alunos recapitularam o que conseguiram observar na atividade anterior em relação a água contaminada.</p> <p>Grupo 1: “Nós observamos que a água estava poluída e estava suja, tentamos limpar ela deu certo apenas um pouco, o óleo formou bolhas que foram se juntando e podem impedir os peixes de respirar”.</p> <p>Grupo 2: “O óleo e a água não se misturam porque um é mais pesado que o outro. E pode tirar o ar de quem vive na água”.</p> <p>Grupo 3: “A superfície ficou contaminada, eles não se misturam porque o óleo tem gordura e não se mistura. A água contaminada foi menos da metade”.</p>

Fonte: as autoras

Por meio do questionário, Atividade 2, os alunos refletiram individualmente e em grupo sobre o tema abordado nas aulas de Ciência Tecnologia e Sustentabilidade, Matemática e na Atividade 1. De modo geral, os alunos adotaram uma postura crítica ao analisar a forma como as pessoas, em sociedade, lidam com a poluição da água.

Ao analisar as respostas das questões 1 e 2, percebe-se que as crianças demonstram compreender o quanto a poluição da água é prejudicial para todas as formas de vida. Já nas questões 3 e 5, os alunos propuseram ações que contrapõem

práticas humanas recorrentes, indicando possíveis mudanças de atitude voltadas à preservação desse recurso natural essencial.

No que se refere à questão 4, observa-se que, embora reconheçam que poluir a água é inadequado, muitas pessoas não alteram seus comportamentos por diversos motivos. Os alunos também ressaltaram, a partir das observações feitas na primeira atividade, que a película de óleo que se forma sobre a água pode impedir que os animais respirem adequadamente, colocando em risco sua sobrevivência. Esse aspecto é crucial quando se considera o impacto para as gerações futuras, que podem não dispor de um planeta equilibrado nem de alimentos seguros.

Considerando as concepções de Wittgenstein (2013) diversos jogos foram jogados pelos alunos durante a realização das duas atividades. Na primeira, o jogo de linguagem ‘atividade de modelagem matemática’, gerou o uso de diversos outros jogos, esses, de compreensão natural e científica. A compreensão do problema, formulação de hipóteses, simulação de um fenômeno através de um experimento, coleta de dados, tratamento dos dados através da matematização, socialização dos resultados, além de todos os jogos matemáticos utilizados e suas regras, são alguns dos jogos que foram utilizados pelos alunos durante a realização da atividade. A inserção dos alunos a diversos jogos de linguagem permite a compreensão do mundo e a diversos fenômenos nele presentes (Almeida; Tortola, 2022).

Na segunda atividade, os alunos responderam a perguntas, deram suas opiniões, apresentaram argumentos e sugestões, fizeram deduções e compartilharam experiências. Todas essas atividades são jogos de linguagem segundo Wittgenstein (2013), que foram utilizados pelos alunos e contribuíram para as reflexões sobre o tema.

Diante das considerações de Passmore (1984), percebe-se que o pensamento crítico não decorre apenas da prática de criticar, mas da formação que capacita o aluno a analisar situações de modo crítico e fundamentado. Em atividades de modelagem matemática, ancoradas em problemas reais, é indispensável proporcionar experiências em que os alunos empreguem múltiplas habilidades, compreendendo a situação, delineando estratégias e percebendo que tanto as regras quanto as normas podem ser reformuladas quando já não se ajustam ao propósito investigativo.

Conclusão e Considerações finais

O objetivo deste estudo foi investigar elementos do pensamento crítico em atividades de modelagem matemática com foco na Educação Ambiental, buscando compreender como os alunos mobilizam estratégias investigativas e reflexivas ao lidar com problemas reais.

As reflexões desenvolvidas sobre o uso dos recursos naturais, a partir da modelagem matemática, evidenciaram uma proposta pedagógica relevante para ser trabalhada em sala de aula. As discussões mostraram que os alunos têm condições de desenvolver o pensamento crítico, desde que tenham acesso a oportunidades que os coloquem como participantes ativos do próprio processo de aprendizagem. Assim, mais do que oferecer respostas prontas ou atividades previamente estruturadas, é necessário propor situações que demandem a análise da pertinência e da consistência dos resultados obtidos.

Ao longo das atividades, percebeu-se que os alunos construíram estratégias próprias para refletir sobre o problema da poluição da água por meio da matemática. Na prática, tornou-se claro que as fases da modelagem matemática se articularam entre si, ocorrendo de maneira não linear. Isso ficou evidente durante a apresentação e discussão dos resultados da Atividade 1, quando alguns grupos reconheceram que haviam traçado metas diferentes daquelas inicialmente propostas, ao direcionarem sua investigação para descobrir qual técnica de limpeza da água seria mais eficiente.

Na Atividade 2, as discussões coletivas levaram os alunos a pensar sobre o papel humano nas questões ambientais e sobre como nossas atitudes interferem na preservação e no uso responsável dos recursos naturais. A junção entre modelagem matemática e Educação Ambiental possibilitou que eles recorressem a diferentes jogos de linguagem para enfrentar problemas de sustentabilidade, utilizando conhecimentos prévios e também elaborando novas regras ao entrar em contato com conceitos ainda não estudados, como porcentagem e volume de sólidos geométricos. Mesmo quando os resultados não foram plenamente satisfatórios, observou-se que o processo investigativo estimulou a construção de ideias pertinentes, favorecendo a formulação de novas hipóteses, o redirecionamento de metas e a adaptação das regras do jogo, de modo a avançar na resolução do problema proposto.

Atribuir sentido à matemática permite que o aluno a identifique em diversos contextos e a empregue na resolução de problemas reais. Além disso, o caráter

investigativo da modelagem favorece que os alunos analisem criticamente as próprias ações, desenvolvendo iniciativa, autonomia e a capacidade de buscar soluções com base em seus conhecimentos e habilidades, o que contribui para que se tornem sujeitos mais críticos e reflexivos.

Referências

ALMEIDA, L. M. W. Jogos de linguagem em atividades de modelagem matemática. **Vidya**, v. 34, n. 1, p. 241-256, jan./jun., 2014.

ALMEIDA, L. M. W.; BRITO, D. S. O conceito de função em situações de Modelagem. **Zetetiké**, Campinas, v. 13, n. 23, p. 63-83, 2005.

ALMEIDA, L. M. W.; CASTRO, E. M. V.; SILVA, M. H. S. Recursos semióticos em atividades de modelagem matemática e o contexto on-line. Alexandria: **Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, v. 14, n. 2, p. 383-406, 2021.

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2016.

ALMEIDA, L. M. W.; TORTOLA, E. Labirintos da linguagem: jogos de linguagem como meio de ação em atividades de modelagem matemática. **Educação Matemática Pesquisa** (IMPRESSO), v. 24, p. 219-243, 2022.

ARAÚJO, J. L. Ser crítico em projetos de modelagem em uma perspectiva crítica de educação matemática. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 26, p. 839-859, 2012.

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como?** Veritati, n. 4, p. 73-80, 2004.

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. **Anais...** Rio Janeiro: ANPED, 2001.

BASSANEZI, R.C. **Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. 3.^a ed. São Paulo: Contexto, 2009.

BLUM, W.; BORROMEO FERRI, R. Mathematical modelling: can it be taught and learnt? **Journal of Mathematical Modelling and Application**, v. 1, n. 1, p. 45–58, 2009.

BORBA, M. C.; SKOVSMOSE, O. A ideologia da certeza em educação matemática. In: SKOVSMOSE, O.; BORBA, M. C. (Org.). **Educação Matemática Crítica: a questão da democracia**. São Paulo: Papirus, 2001. Cap. 5. p. 127–148. Disponível em:

http://www1.rc.unesp.br/gpimem/downloads/artigos/borba/borba_e_skovsmose_2001.pdf. Acesso em: 30 de out. de 2024.

BRANCALIONE, L. Educação Ambiental: Refletindo sobre aspectos históricos, legais e sua importância no contexto social. *Rei. Revista De Educação Do Ideau*, v. 11, p. 1-13, 2016.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Lei nº. 9.795 de 27 de abril de 1999**. Diário Oficial da República Federativa do Brasil, Brasília, n. 79, 28 abr. 1999.

BRASIL. Ministério da Educação. Conselho Nacional de Educação. **Resolução nº 2, de 15 de junho de 2012**. Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação Ambiental.

CALDEIRA, A. D. **Educação Matemática e Ambiental: um contexto de mudanças**. Tese (Doutorado) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas-SP, 1998. Disponível em: <https://repositorio.unicamp.br/acervo/detalhe/132008>. Acesso em: 30 out. 2024.

COSTA, D. de. **Educação ambiental com modelagem matemática no ensino fundamental**. 210 f. Dissertação (Mestrado em Desenvolvimento Regional) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Pato Branco, 2017. Disponível em: <https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/3036>. Acesso em: 30 out. 2024.

COSTA, D. de; PONTAROLO, E.; TEIXEIRA, E. S. **Educação Ambiental mediante a Modelagem Matemática de resíduos sólidos para a superação da consciência ingênua**. Cadernos de Pesquisa (UFMA), v. 28, n. 2, p. 90-113, jun. 2021. Disponível em: <https://periodicoseletronicos.ufma.br/index.php/cadernosdepesquisa/article/view/12183/9130>. Acesso em: 30 out. 2024.

DIAS, M. R. de A.; ROCHA, J. E.; COSTA, E. C. A.; SILVA, C. C. S. C. Contextualizar a Educação Ambiental no Ensino da Matemática. In: VII Encontro Nacional das Licenciaturas (ENALIC), 2018, Fortaleza. **Anais...** Fortaleza: UECE, 2018. Disponível em: <https://editorarealize.com.br/editora/anais/enalic/2018/443-55888-30112018214710.pdf>. Acesso em: 30 out. 2025.

DOERR, H. M.; ENGLISH, L. D. A modeling perspective on students' mathematical reasoning about data. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, v. 34, n. 2, p. 110-136. 2003.

ENGLISH, L. D. Ways of thinking in STEM-based problem solving. **ZDM – Mathematics Education**, Cham, v. 55, p. 1219–1230, 2023. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s11858-023-01474-7>.

FREDRICH, L. S.; LARA, I. C. M. de. Uma análise dos jogos de linguagem utilizados para o ensino da Matemática na Educação Infantil. In: XIV Encontro Gaúcho de Educação Matemática, 2021, Porto Alegre-RS. **Anais do XIV EGEM**, 2021.

GOTTSCHALK, C. M. C. Apontamentos para o ensino da matemática escolar sob inspiração wittgensteiniana. **REMAT: REVISTA ELETRÔNICA DA MATEMÁTICA**, v. 20, p. 1-20, 2023.

GOTTSCHALK, C. M. C. As relações entre linguagem e experiência na perspectiva de Wittgenstein e as suas implicações para a educação. In: PAGNI, P. A.; GELAMO, R. P. (org.). **Experiência, Contemporaneidade e Educação**. Marília: Cultura Acadêmica; Poiésis Editora, 2010, v. 1, p. 105-126.

GOTTSCHALK, C. M. C. Uma concepção pragmática de ensino e aprendizagem. **Educação e Pesquisa (USP)**, v.33, n.3, p. 459-470, set./dez. 2007.

GREEFRATH, G.; VORHÖLTER, K. (org.). Teaching and learning mathematical modelling: approaches and developments from German speaking countries. Cham: **Springer Cham**, 2016. (ICME-13 Topical Surveys).

HAMLYN, D. W. "Education and Wittgenstein's Philosophy". **Journal of Philosophy of Education**, vol. 23, no. 2, 1989.

KOTOVICZ, S. B. **Educação matemática e educação ambiental crítica: questões socioambientais analisadas por alunos da educação básica**. 2018. 108 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias) — Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, 2018. Disponível em: https://www.udesc.br/arquivos/cct/id_cpmenu/846/Disserta__o_Suzana_Beatriz_Kotovicz_15519044749795_846.pdf. Acesso em: 30 out. 2024.

LACERDA, G. SOUSA, D. O. de. NETO, J. L. GOUVEIA, R. A. C.; MORAIS, I. L. Modelagem matemática na educação ambiental: uma ferramenta para o ensino e a conscientização. In: **Anais do SEPE**, Sudoeste, 2023. Disponível em: https://www.anais.ueg.br/index.php/sepe_sudoeste/article/view/16066. Acesso em: 30 out. 2024.

LIMA, A. de S.; LIMA, A. S. de. CIVIERO, P. A. G.; MILANI, R. Um convite à Educação Matemática Crítica na formação de professores. In: CIVIERO, P. A. G.; MILANI, R.; LIMA, A. S. de.; LIMA, A. de. S. (org.). **Educação Matemática Crítica: múltiplas possibilidades na formação de professores que ensinam Matemática**. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM, 2022. p. 18–27.

MENEZES, P. K. **Educação Ambiental**. 1. ed. Recife: Editora UFPE, 2021. 85p.

NISS, M.; BLUM, W. **The Learning and Teaching of Mathematical Modelling**. Abingdon, New York: Routledge, 2020. (IMPACT: Interweaving Mathematics Pedagogy and Content for Teaching).

PARANÁ. Escola Digital Professor. **Currículo da Rede Estadual Paranaense (CREP)**. Curitiba: Seed, 2021. Disponível em: <http://www.escoladigital.professor.pr.gov.br/crep>. Acesso em: 20 jul. 2024.

PARANÁ, Secretaria de Estado da Educação. **Referencial Curricular do Paraná: Princípios, Direitos e Orientações**. Curitiba: Seed, 2018.

PASSMORE, J. "Ensinando a ser crítico". In: *The Philosophy of Teaching*. London, Duckworth, 1984.

PINTO, J. C.; QUARESMA, O. S. O ensino da matemática como contribuição para a educação ambiental. **Brazilian Journal of Development**, v. 8, p. 63032-63050, 2022.

SOUSA, B. N. P. A. **A Matemática em atividades de modelagem matemática: uma perspectiva wittgensteiniana**. 2017. 316 p. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2017.

SOUSA, B. N. P. A.; ALMEIDA, L. M. W. Linguagem em Atividades de Modelagem Matemática: uma perspectiva wittgensteiniana. **Revista de Matemática, Ensino e Cultura**, v. 31, p. 171-191, 2019.

SOUSA, B. N. P. A.; ALMEIDA, L. M. W. Regras, convenções e o uso da matemática em atividades de modelagem matemática. In: XI Conferência Nacional sobre Modelagem na Educação Matemática – 2019, Belo Horizonte-MG. **Anais XI CNMEM**, UFMG, 2019.

STOHLMANN, M. S.; ALBARRACÍN, L. What is known about elementary grades mathematical modelling. **Education Research International**, [S. l.], v. 2016, Art. ID 5240683, p. 1–9, 2016. Disponível em: <https://doi.org/10.1155/2016/5240683>.

TORTOLA, E. **Configurações de modelagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**. 2016. 305 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

TORTOLA, E.; ALMEIDA, L. M. W. de. Um olhar sobre os usos da linguagem por alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental em atividades de modelagem matemática. **Revista Paranaense de Educação Matemática – RPEM**, Campo Mourão-PR, v. 5, n. 8, p. 83–105, jan./jun. 2016.

UNFCCC. **UN Climate Change Conference – COP 30**. Bonn: UNFCCC, 2025. Disponível em: <<https://unfccc.int/cop30>>. Acesso em: 22 de nov. de 2025.

WITTGENSTEIN, L. **Investigações Filosóficas**. 8. ed. Petrópolis: Vozes; Bragança Paulista: Editora Universitária São Francisco, 2013.