Revista de Produtos Educacionais e Pesquisas em Ensino
REPPE

Edição Especial
X Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática
Universidade Estadual do Norte do Paraná – Cornélio Procópio (PR), 2024

TECNOLOGIA DIGITAL NO DESENVOLVIMENTO DE UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA

DIGITAL TECHNOLOGY IN THE DEVELOPMENT OF A MATHEMATICAL MODELING ACTIVITY

Flavio Fernandes[1]
Robson Aparecido Ramos Rocha[2]
Lourdes Maria Werle de Almeira[3]

Resumo
Este artigo é uma versão ampliada do trabalho Modelagem Matemática Mediada por Tecnologia Digital: Relatando uma Experiência no Ensino Médio, apresentado no X Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática (X EPMEM). O artigo apresenta resultados de uma investigação sobre o uso da tecnologia em uma atividade de modelagem realizada por estudantes de dois cursos técnicos integrados ao ensino médio ainda não familiarizados com atividades dessa natureza, buscando caracterizar o papel da tecnologia na atividade. Por meio de uma análise qualitativa – conduzida segundo os princípios da Análise Textual Discursiva – foi possível identificar que o papel da tecnologia digital na modelagem matemática transitou predominantemente entre tecnologia como *mestre*, *assistente* e *parceira*. As intervenções do professor, como mediador no processo de integração entre modelagem matemática e tecnologias digitais, oportunizou aos estudantes superar desafios com o uso instrumental da tecnologia.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Tecnologia digital; GeoGebra

[1] Mestre, Instituto Federal de Santa Catarina.
[2] Mestre, Universidade Estadual de Londrina.
[3] Doutora, Universidade Estadual de Londrina.

Abstract
This article is an expanded version of the work *Mathematical Modeling Mediated by Digital Technology: Reporting an Experience in High School*, presented at the 10th Paraná Meeting on Modeling in Mathematics Education (X EPMEM). The article presents results from an investigation on the use of technology in a modeling activity carried out by students from two technical courses integrated into high school who were not yet familiar with activities of this nature, seeking to characterize the role of technology in the activity. Through a qualitative analysis — conducted according to the principles of Discursive Textual Analysis — it was possible to identify that the role of digital technology in mathematical modeling predominantly shifted between technology as master, assistant, and partner. The teacher's interventions, as a mediator in the process of integrating mathematical modeling and digital technologies, provided students with opportunities to overcome challenges related to the instrumental use of technology.

Keywords: Mathematical Modeling; Digital Technology; GeoGebra

Introdução

A modelagem matemática enquanto "alternativa pedagógica" (Almeida; Silva; Vertuan, 2012, p. 9), permite a aplicação de conceitos matemáticos em problemas reais. Essa abordagem exige que o professor garanta a transição dos estudantes pelas fases essenciais: inteiração (contato inicial com a situação-problema), matematização (tradução para linguagem matemática), resolução (dedução do modelo matemático), interpretação (análise dos resultados) e validação (verificação da adequação do modelo ao problema original) (Almeida; Silva; Vertuan, 2012).

Essa alternativa pedagógica tem se consolidado como uma das abordagens no ensino da disciplina, ganhando relevância nos últimos anos por valorizar, entre outros elementos, o processo de aprendizagem durante a resolução de problemas investigativos (Borssoi; Almeida, 2015). Nesse processo, atividades de modelagem matemática estão sujeitas à influência da tecnologia, pois, como destacam Greefrath e Siller (2017), tecnologias digitais são aliadas importantes no ensino, facilitando a abordagem de problemas vinculados ao mundo real e enriquecendo as discussões em sala de aula, tanto para professores quanto para estudantes.

Esse diálogo entre modelagem e tecnologia tem sido explorado. Estudos recentes evidenciam o potencial pedagógico das tecnologias digitais em conexão com a modelagem matemática, como as investigações de Geiger (2005), Greefrath e Siller (2017), Souza e Javaroni (2019), Borba, Silva e Gadanidis (2020), Carvalho e Klüber (2021), Almeida, Seki e Castro (2024) e Cevikbas, Greefrath e Siller (2023). Entre esses autores, Geiger (2005) defende que as tecnologias digitais podem funcionar como catalisadoras da aprendizagem, permitindo a exploração ativa de conceitos, desde que mediadas pela intervenção docente - fator crucial para evitar bloqueios no desenvolvimento cognitivo durante atividades de modelagem matemática.

Apesar do crescente uso da tecnologia no ambiente educacional, é importante ressaltar que a tecnologia digital, por si só, não é suficiente. Como apontam Borba, Silva e Gadanidis (2020), pesquisas em Educação Matemática têm destacado a necessidade de um uso adequado desses recursos, que devem servir como apoio, tanto na prática do professor quanto para os estudantes na resolução de problemas, nunca como substitutos do pensamento humano.

Diante dessa perspectiva, o presente artigo investiga o uso da tecnologia em uma atividade de modelagem realizada por estudantes ainda não familiarizados com atividades dessa natureza e o impacto das intervenções do professor neste processo. Com isso, busca-se caracterizar o papel da tecnologia na atividade. Vale destacar que este artigo é uma versão ampliada do trabalho "Modelagem Matemática Mediada por Tecnologia Digital: Relatando uma Experiência no Ensino Médio", apresentado no X Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática - EPMEM, realizado em Cornélio Procópio, Paraná.

Tecnologias digitais no ensino de Matemática

No contexto educacional, as tecnologias digitais são relevantes, sendo, algumas vezes, percebidas como ferramentas de apoio cognitivo na realização de atividades escolares (Howland; Jonassen; Marra, 2011). Sob essa ótica, abrangem desde hardwares (computadores, dispositivos móveis, lousas digitais) até softwares e conteúdos digitais, caracterizando-se como "ferramentas capazes de criar, armazenar, modificar e transmitir dados em formato eletrônico" (Cevikbas; Greefrath; Siller, 2023, p. 2, tradução nossa).

As tecnologias digitais também se configuram como ambientes interativos que estimulam a comunicação de ideias e a construção colaborativa do saber, oferecendo possibilidades de expressão e trabalho em grupo no contexto educacional (Howland; Jonassen; Marra, 2011). No ensino de matemática, sua adoção tem ganhado destaque nas pesquisas acadêmicas, impulsionada pela busca por uma educação menos centrada no professor e mais focada nas necessidades dos estudantes (Maltempi, 2008). Contudo, seu uso inadequado pode gerar efeitos contraproducentes, como a superficialidade na compreensão conceitual – fenômeno denominado "caixa-preta", em que se opera um sistema sem entender seu funcionamento interno (Cevikbas; Greefrath; Siller, 2023, p. 12). Desse modo, a integração das ferramentas digitais no ensino da matemática ainda demanda investigações e práticas pedagógicas inovadoras por parte de docentes e estudiosos da área (Drijvers, 2020). Apesar disso, autores como Maltempi (2008) defendem que os benefícios dessas tecnologias para o ensino superam os desafios.

Diversas formas de como os estudantes interagem com a tecnologia foram identificadas por Geiger (2005) e explicadas por meio de um conjunto de quatro metáforas. Estas surgem “a partir da perspectiva da aprendizagem como uma experiência sociocultural” (Geiger, 2005, p. 370, tradução nossa) e visam identificar de que forma a tecnologia pode mediar a aprendizagem. São elas: *Tecnologia como mestre, tecnologia como assistente (ou servidora), tecnologia como parceira e tecnologia como uma extensão de si mesmo.*

Na tecnologia como mestre, estudantes e/ou professores têm alta relação de dependência tecnológica ou matemática, limitando seu conhecimento e uso a instruções predeterminadas. Sem compreensão matemática essencial, o usuário apenas consome cegamente os resultados, sem avaliar sua precisão ou valor. A t*ecnologia como assistente* atua como substituto eficiente para cálculos manuais. Neste cenário o usuário mantém o controle e orienta a tecnologia como um assistente obediente, porém limitado. Enquanto *parceira,* a tecnologia é utilizada pelo usuário de forma criativa, identificando erros, respondendo a questionamentos pontuais e expondo detalhes que facilitam a interpretação de resultados. Com isso, o aprendizado é favorecido mediante a interação com a tecnologia. Já usando a tecnologia *como extensão de si mesmo,* o usuário incorpora ferramentas tecnológicas ao seu repertório matemático, integrando diversos recursos na construção de argumentos matemáticos, tornando o uso de computadores e calculadoras uma extensão de suas habilidades. Neste contexto, usuário e tecnologia se fundem “de modo que, em vez de existir como um terceiro, a tecnologia é usada para apoiar a argumentação matemática tão naturalmente quanto os recursos intelectuais” (Geiger, 2005, p. 371, tradução nossa).

Essas formas de uso da tecnologia não representam estágios lineares de evolução, mas sim repertórios complementares que ampliam as possibilidades pedagógicas. Enquanto a dependência excessiva da tecnologia pode limitar a autonomia intelectual, sua utilização como *parceira* potencializa a criatividade, a crítica e a colaboração, transformando-a em um aliado epistemológico.

De fato, conforme sugere Geiger,

> embora essas metáforas sejam hierárquicas no sentido do crescente nível de complexidade do uso da tecnologia que professores e alunos podem atingir, elas não representam uma progressão de desenvolvimento em que, uma vez que um indivíduo tenha mostrado que pode trabalhar em um nível superior, ele o fará em todas as tarefas. Em vez disso, a demonstração de uso mais sofisticado indica a expansão de um repertório tecnológico em que um indivíduo tem uma gama mais ampla de modos de operação disponíveis para se envolver em uma tarefa específica (Geiger, 2005, p. 370, tradução nossa).

O desafio educacional, portanto, reside em transcender usos instrumentais (cálculos rápidos) para alcançar uma integração reflexiva, em que professores e estudantes dominem múltiplos modos de engajamento tecnológico, adaptando-os estrategicamente a diferentes contextos de aprendizagem.

No âmbito de aulas e matemática, dentre as tecnologias digitais com aplicações consolidadas está o *software* GeoGebra que se destaca por integrar representações geométricas dinâmicas a expressões algébricas (Lacerda, 2018). Essa capacidade de tradução representações ilustra como recursos tecnológicos bem planejados podem potencializar a aprendizagem. Segundo Nascimento (2012), o uso do *software* GeoGebra introduz uma abordagem complementar aos recursos tradicionais de ensino (como quadro e material impresso), permitindo não apenas estratégias pedagógicas inovadoras, mas também possibilitando a criação de um ambiente com características experimentais, que atua como aliado para a aprendizagem.

Sobre a relação entre tecnologias digitais e modelagem matemática no ensino de Matemática

A integração de tecnologias digitais às atividades de modelagem matemática tem sido discutida na literatura (Malheiros, 2004; Borba; Villarreal, 2005; Borssoi; Almeida, 2015; Greefrath; Hertleif; Siller , 2018; Almeida; Seki, 2024; Goulart; Almeida, 2020; Cevikbas; Greefrath; Siller, 2023, entre outros).

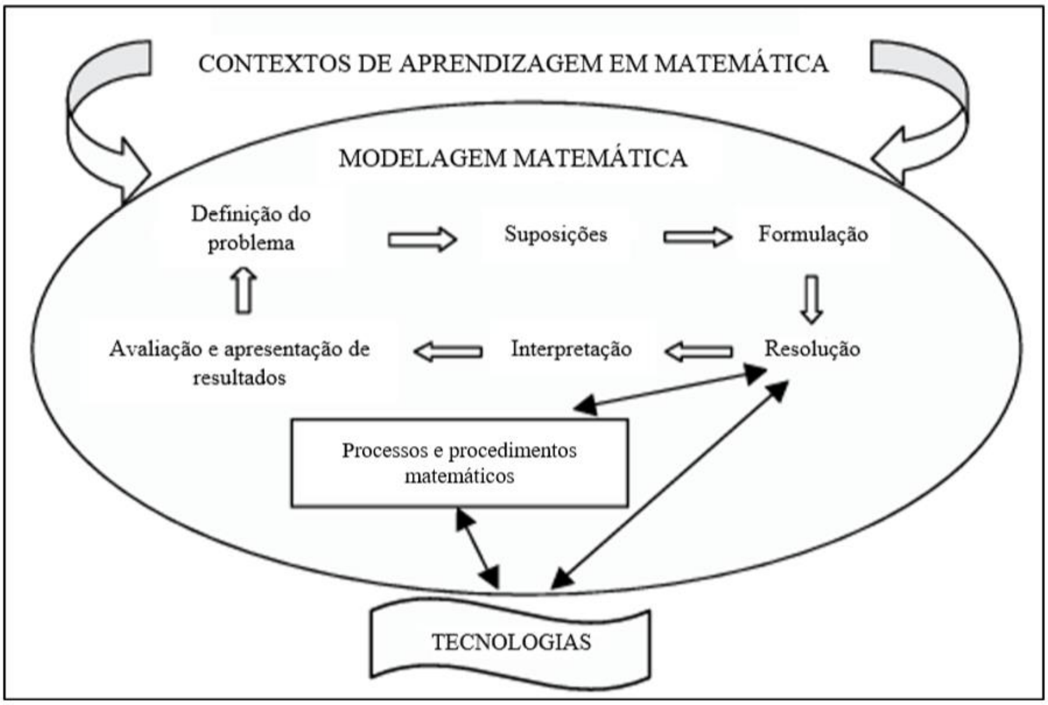
O que esses estudos indicam é que a associação entre tecnologias digitais e modelagem matemática oferece múltiplas vantagens pedagógicas, havendo, entretanto, a indicação de que o uso de tecnologias digitais em atividades de modelagem se dá de modo espontâneo e, muitas vezes, considerado como parte do próprio fazer. Essa espontaneidade pode ser decorrente da variedade de ferramentas disponíveis, permitindo a professores e estudantes experimentar, modificar e simular dados em ambientes virtuais (Almeida; Silva; Vertuan, 2012). Para os autores, "a dinamicidade de inúmeros softwares livres, hoje disponíveis no mercado, pode auxiliar estudantes e professores na construção de gráficos e na observação da influência dos parâmetros, bem como na realização de cálculos" (Almeida; Silva; Vertuan, 2012, p. 31) e ainda "[...] possibilidades acerca de investigação, simulação e sistematização de resultados" (Goulart; Almeida, 2020, p. 264).

Cevikbas, Greefrath e Siller (2023), valorizam a dinâmica do uso da tecnologia, sugerindo que os estudantes se desenvolvem não apenas em relação a competências matemáticas, mas também a competências de modelagem. Em seu estudo, os autores concluíram que o aprimoramento de habilidades na resolução de problemas e modificação de modelos, a aceleração das etapas de modelagem e também benefícios motivacionais (psicológicos e emocionais), incluindo maior autoconfiança, interesse e interação social entre estudantes, podem ser fomentados pelo uso da tecnologia em atividades de modelagem. No entanto, os autores também apontam desvantagens, especialmente para professores e estudantes com pouca familiaridade tanto com a matemática quanto com as tecnologias digitais, que enfrentam dificuldades para engajar-se efetivamente nas atividades, limitando o potencial pedagógico da abordagem.

Tomar conhecimento das vantagens e desvantagens do uso das tecnologias digitais no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática contribui para a preparação do professor, auxiliando na prevenção de problemas possíveis de ocorrer e focando em práticas potencialmente positivas (Greefrath; Siller, 2017).

Neste trabalho, apresentamos a concepção de Modelagem Matemática integrada ao uso de tecnologias conforme Geiger, Faragher e Goos (2010), especificamente no tocante de utilização da "Tecnologia para lidar com processos e procedimentos matemáticos" (Geiger; Faragher; Goos, 2010, p. 50). O caráter cíclico (não linear) da modelagem matemática é integrado à tecnologia, a qual exerce um papel complementar no processo. Um problema da vida real é transformado em uma representação matemática e é resolvida com o auxílio de processos e procedimentos matemáticos auxiliados pela tecnologia. Ao confrontar a solução com a vida real, a tecnologia novamente é empregada no sentido de melhorar a adequação, caso seja necessário. A Figura 1 representa as inter-relações tecnológicas e matemáticas, associadas ao ciclo de modelagem matemática dentro desta perspectiva.

Figura 1: Interrelações tecnológicas e matemáticas



Fonte: (Galbraith; Renshaw; Goos; Geiger, 2003, p. 114, *apud* Geiger; Faragher; Goos, 2010, p. 50, tradução nossa)

As inter-relações apresentadas dão ênfase ao uso da tecnologia na fase resolução da modelagem matemática. Os processos e procedimentos matemáticos que são utilizados principalmente nesta fase, associados à tecnologia, dão abertura para as percepções sobre qual categoria de Geiger está sendo evidenciada pelo modelador.

A conexão entre tecnologia, matemática e situação do mundo real é uma consequência que pode ser percebida quando usada abordagem de ensino nesta perspectiva.

Encaminhamento metodológico

A atividade de modelagem matemática foi desenvolvida com três estudantes de um Instituto Federal do estado de Santa Catarina, sendo: dois estudantes do terceiro ano do Curso Técnico em Informática integrado ao Ensino Médio e um estudante do segundo ano do Curso Técnico em Sistemas de Energia Renovável, também na modalidade integrada. Os estudantes pesquisaram artefatos indígenas, visitaram uma aldeia local e conheceram o processo artesanal de produção de cestos indígenas, característico desta cultura. No presente artigo a atenção é dirigida a uma situação-problema identificada que diz respeito à investigação da resistência dos cestos produzidos naquela aldeia local.

Os dados utilizados foram coletados a partir de registros de um aplicativo de mensagem instantânea (*WhatsApp*) e três vídeos gravados pelo professor (primeiro autor deste artigo) no decorrer do desenvolvimento da atividade. Os dados coletados que formam o *corpus*, foram agrupados em unidades de significado, caracterizadas por Moraes e Galiazzi (2011), como fragmentos dos dados e que apontam para elementos que geram a compreensão do fenômeno em estudo, o uso da tecnologia nessa atividade de modelagem matemática.

A atividade de modelagem matemática

Para estudar a resistência de um cesto indígena visando determinar a quantidade máxima de massa que ele suporta, inicialmente os estudantes coletaram dados empiricamente por meio da adição de massa dentro do cesto e a verificação da deformação (em centímetros) com o auxílio de uma trena e de uma planilha digital para anotação dos dados, conforme indicado na Figura 2.

Figura 2: Estudantes coletando os dados

Fonte: Dados da pesquisa

As ações dos estudantes para determinar um modelo matemático que indica a deformação do cesto a partir da inserção de diferentes quantidades de massa no cesto se configuraram conforme indica o Quadro 1.

Quadro 1: A deformação do cesto como investigada pelos estudantes

Situação inicial e problema

Resistência de cestos fabricados por indígenas da região.

Problema: Como representar matematicamente a resistência de um cesto indígena?

Hipóteses

- Há um limite de resistência para o cesto;
- A massa introduzida no cesto ocasiona uma deformação.

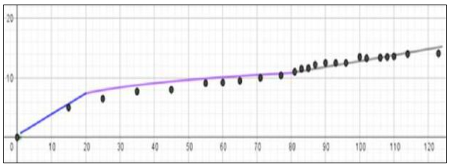
Coleta de dados

Massa adicionada dentro do cesto e a deformação em centímetros do cesto.

MASSA	DEFORMAÇÃO DO CESTO (cm)
0	0,00
15	5,00
25	6,50
35	7,70
45	8,00
55	9,10
60	9,20
65	9,50
71	10,00
77	10,40
81	11,00
83	11,50
85	11,60
87	12,20
90	12,50
93	12,50
96	12,50
100	13,50
102	13,30
106	13,40
108	13,50
110	13,60
114	14,00
123	14,10
ESTOUROU	

Interpretação dos resultados

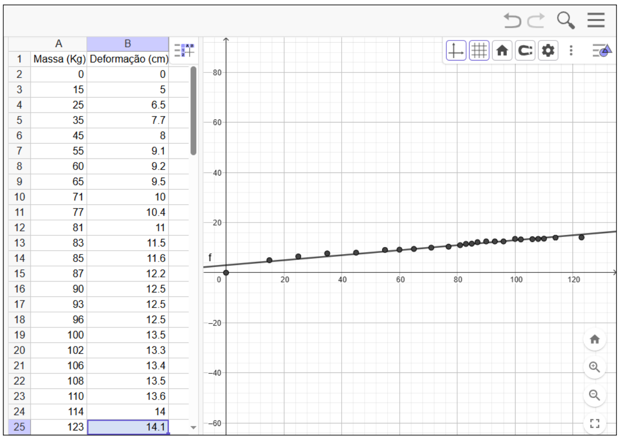
A interpretação dos resultados se deu fazendo o gráfico da função de várias sentenças, usando o software GeoGebra, sobre o conjunto de pontos relativos aos dados coletados.



Considerando a aproximação entre dados coletados e gráfico da função, foi considerado pelo grupo a adequação ou validação do modelo.

Simplificação e matematização

Representação dos dados usando o *software* GeoGebra.



A representação dos dados no plano cartesiano em que o eixo x representa a massa o eixo y representa a deformação em centímetros, indica para a construção de várias sentenças para associar a deformação do cesto com a quantidade de massa inserida, considerando para a massa (x) os seguintes intervalos:

$$0 \leq x \leq 1$$
$$1 < x \leq 20$$
$$20 < x \leq 81$$
$$81 < x \leq 124$$

Resolução e dedução do modelo matemático

Para o intervalo $0 \leq x \leq 1$ foi definido $f(x) = 0$ justificando que para 1kg de massa adicionada no interior do cesto não foi registrada deformação. Para o intervalo $1 < x \leq 20$, com o auxílio do *software* GeoGebra e obtiveram a função $f(x) = 0{,}35x + 0{,}388838$. Para o intervalo $20 < x \leq 81$, usando o GeoGebra, construíram a função logarítmica $f(x) = log_{1,5}\, x$. Para o intervalo $81 < x \leq 124$ utilizando as mesmas estratégias anteriores foi obtida a função $f(x) = 0{,}1x + 2{,}81$. Assim, o modelo que indica a deformação no cesto em função da quantidade de massa foi dada por:

$$f(x) = \begin{cases} 0, se\ 0 \leq x \leq 1 \\ 0{,}35x + 0{,}388838, se\ 1 < x \leq 20 \\ \log_{1,5} x\,, se\ 20 < x \leq 81 \\ 0{,}1x + 2{,}81, se\ 81 < x \leq 124 \end{cases}$$

Fonte: Produzido pelos autores a partir dos registros dos estudantes

A utilização da tecnologia digital e as intervenções do professor

Para a caracterização do uso da tecnologia digital na atividade de modelagem foram definidas sete unidades de significado considerando diferentes efeitos do uso da tecnologia sobre a atividade de modelagem, ou, inversamente, como uma demanda da modelagem proporcionou o uso da ferramenta tecnológica. Essas unidades foram definidas a partir de características comuns identificadas nos excertos dos estudantes e professor durante o desenvolvimento da atividade.

A cada unidade de significado, associa-se um descritor visando indicar elementos que caracterizam a unidade (Quadro 2).

Quadro 2: Organização dos descritores a partir das unidades de significado

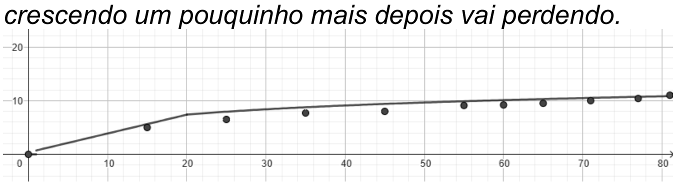
Unidade de significado	Descritores
Transições da linguagem (TL)	O estudante compreende e explica a linguagem gráfica, associando as funções e os dados utilizados.
Conceitos matemáticos percebidos a partir da intervenção do professor (CM)	A intervenção do professor auxilia o estudante perceber o motivo (matemático) do software não apresentar o resultado esperado.
Autopercepção da necessidade de mudança de estratégia a partir do uso do software (AP)	Os estudantes interagem com o software e percebem necessidades de adaptações no modelo inicialmente criado.
Uso da tecnologia como “caixa-preta” (CP)	O estudante usa a tecnologia digital, mas não compreende o processo interno que leva ao resultado gráfico.
Não conhecimento da tecnologia digital (DT)	O estudante manifesta não saber utilizar a tecnologia digital e solicita auxílio.
Insegurança quanto aos resultados obtidos (IR)	O estudante manifesta insegurança quanto ao modelo deduzido.
Intervenção do professor no decorrer da atividade (IP)	O professor faz intervenções para auxiliar os estudantes a compreenderem e utilizarem as ferramentas tecnológicas.

Fonte: Os autores

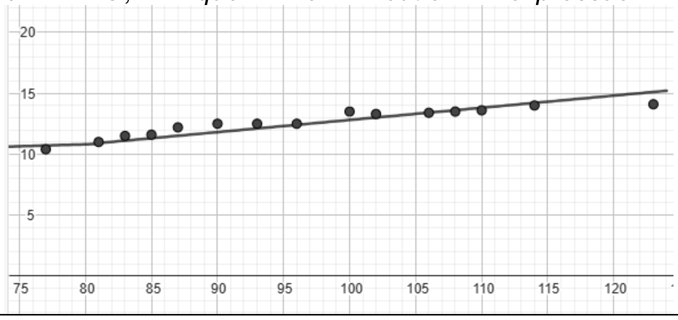
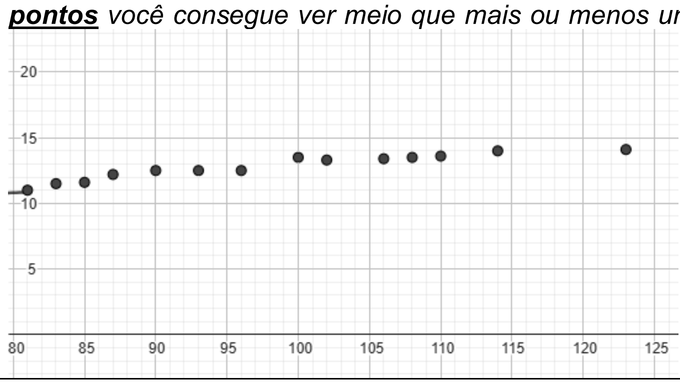
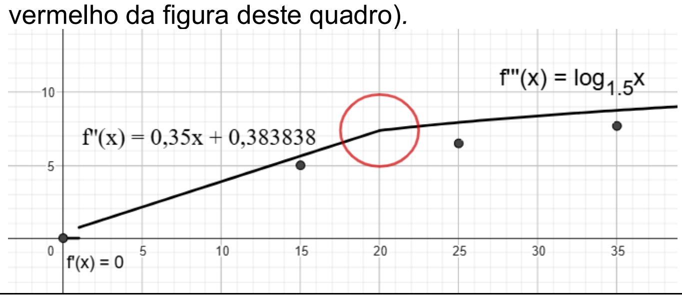
Uma codificação foi construída a partir das unidades de significado e dos descritores e é formada por duas letras maiúsculas seguidas de uma ou duas letras minúsculas e um número. As duas primeiras letras maiúsculas do código representam a unidade de significado. As letras minúsculas indicam se o excerto corresponde a dados coletados da mensagem instantânea (aqui denominado pela letra minúscula w) ou se pertence a um dos três vídeos (va, vb ou vc). A ordem temporal dos fatos descritos inicia com as conversas no aplicativo de mensagem instantânea (w), seguidas dos vídeos va, vb e vc, nesta ordem. Assim, o número representado no final do código, indica a ordem em que cada excerto se encontra no *corpus*. Exemplo: o código CPw22 indica que o excerto corresponde a unidade de significado “uso da tecnologia como caixa-preta” (CP), foi obtido do aplicativo de mensagem instantânea (w) e corresponde ao vigésimo segundo (22) excerto do *corpus*. O código CMva48, indica que o excerto corresponde a unidade de significado “conceitos de matemática percebidos a partir da intervenção do professor” (CM), foi obtido do primeiro vídeo do *corpus* (va) e corresponde ao quadragésimo oitavo (48) excerto.

O Quadro 3 apresenta a organização dos dados divididos em: unidade de significado que são evidenciadas com o auxílio dos descritores (Quadro 2), código e os excertos correspondentes.

Quadro 3: Organização dos dados

Unidade de significado	**Código**	**Excertos correspondentes**
TL	TLva31	Estudante 1[4]: *Esta primeira parte, entre estes dois primeiros pontos que é o ponto (15, 5) e o ponto (0,0), nós temos a primeira parte que começa em zero e vai até o ponto um continua zero,* ***<u>pois não há nenhuma deformação muito notável quando você coloca apenas 1kg dentro do cesto</u>****, e a partir dali, nestas primeiras partes* (mostrando o intervalo de 1 a 20) *que* ***<u>nós íamos colocando peso, ela ia tendo uma deformação bem linear</u>****.*  ***<u>Ela não sofria muita deformação</u>****, porém quando chegamos perto dos 20 kg* ***<u>ela começou a deformar um pouquinho menos</u>*** *pois ia perdendo cada vez a capacidade elástica.* *Aí ela chega numa função logarítmica, que ela começa crescendo um pouquinho mais depois vai perdendo.*  *Aí no final,* ***<u>um pouco antes de romper</u>****, ela começa a crescer cada vez mais pois ela* ***<u>começou a parar de ser elástica de novo para poder começar a se romper</u>*** *em si [...]* ***<u>até que neste ponto aqui, em 123 quilos ela se rompeu de vez</u>****, gerando pra nós esta fórmula aqui: onde entre 1 e 20 ela tem a linha, entre 20 e 80 ela tem uma expressão logarítmica e entre e esta parte inicial, onde ela não se deforma e entre 80 até o final ela se rompe*

[4] O estudante faz todas as falas apontando para os pontos que representam os dados e para o gráfico gerado com auxílio do GeoGebra.

		em si, que é outra expressão linear. 
	TLva36	Estudante 1: *De um a vinte, a primeira coisa que a gente fez foi olhar os pontos.* ***A gente foi percebendo os padrões dentro dos próprios pontos. Se você tirar os gráficos em si*** (ele tira as linhas), ***você consegue perceber que aqui você tem uma reta, aqui você consegue ver um crescimento um pouquinho menor e aqui, meio que pegando uma média de todos os pontos*** *você consegue ver meio que mais ou menos uma reta.* 
	TLva37	Estudante 1: *Porém, nesta função logarítmica, como ela* ***é uma função logarítmica com número quebrado, os números que ela gerava eram números muito específicos.*** *Por exemplo, o logaritmo de 21 de 1.5* (logaritmo de 21 na base 1.5), *era um número absurdamente quebrado.* ***Então para não gerar um gráfico desconexo, que não tem uma linha em si contínua, a gente foi quebrando cada vez mais estes valores iniciais*** (base do logaritmo) *até que eles conseguiram se encaixar uma linha na outra* (referindo-se a conexão indicada no círculo vermelho da figura deste quadro). 
	TLva39	Estudante 1: *Na realidade* ***a gente usou calculadora****. Não ficamos testando todos os números.* ***A gente viu qual que ia dar o número na calculadora com aqueles logaritmos*** (alterando a base do logaritmo). *Como a gente tem uma calculadora que consegue suportar logaritmos entre qualquer base logarítmica,* ***nós colocamos na calculadora e vimos qual que era o número que gerava com 19 usando logaritmo****.* ***Aí a gente pegou os cinco primeiros números*** **(apontando para cinco casas decimais do número 0,38838),** ***que mais que isso não precisaria, e adicionamos ele a linha inicial****. Por isso que nesta ponta inicial aqui* (referindo-se a expressão do intervalo de zero a um), *mesmo que você coloque zero, ele não fica no zero*

		(origem do sistema cartesiano*), pois se você remover este valor aqui, que é o valor inicial* (referindo-se ao coeficiente linear da primeira expressão da função) *ela começa em zero certinho, só que não conecta aqui* (referindo-se ao ponto de domínio 20).
	TLva43	Estudante 1: [...] *minha tentativa e erro foi tentar arrumar a equação para acertar os pontos. Porque* ***<u>se a gente colocava este logaritmo um pouquinho menor, ele se encaixava nos pontos debaixo, mas não se encaixava nos pontos de cima, se colocava um pouquinho mais alto, se encaixava nos pontos de cima, mas não se encaixava nos pontos debaixo.</u>*** *Aí foi este o nosso problema*.
	TLva45	Professor: *Você já sabia que a função por partes tinha que fazer usando a função se aqui no GeoGebra?* Estudante 1: ***<u>Tive que pesquisar na documentação do GeoGebra para fazer funcionar</u>****, porque eu não estava conseguindo. [...]* ***<u>Eu pesquisei como fazer função de múltipla sentença no GeoGebra</u>*** *e peguei o exemplo que eles têm lá.*
CM	CMva48	Professor: ***<u>Lembra que logaritmo de zero não existe!</u>*** *. Lá na função logaritmo que você tinha antes onde você estava tentando colocar o intervalo de 0 a 80.* Estudante 1: ***<u>Ah! É que logaritmo de zero não existe</u>****. Eu esqueci que logaritmo de zero não existe.*
	CMva55	Estudante 1: ***<u>Eu sempre lembro de "logaritmo c na base a igual a b"</u>****.* ***<u>Aí eu lembro que tinha alguma coisa que não ia dar certo</u>****, o que exatamente, eu não lembro.*
AP	APva51	Estudante 1: *Eu quero te mostrar como estava a primeira parte. Ela estava assim a primeira vez que a gente tentou fazer.* (Referindo-se a tentativa de usar a função logarítmica para todo o intervalo de dados). *Só que ela não encaixava muito bem em nenhum destes dois pontos aqui. Porque ela começa crescendo bem rápido e depois vai diminuindo. Só que nós precisávamos que ela começasse um pouquinho mais esticada, e aí como* ***<u>a gente viu que a partir deste ponto ela encaixava bem,</u>*** *a* ***<u>gente refez toda esta parte</u>****. Do 20 pra trás a gente refez tudo e partir do 20 a gente manteve para manter a maior parte dos pontos.*
	APvc62	Estudante 2: ***<u>A gente estava procurando uma maneira de conectar os pontos de maneira mais suavizadas assim, com as curvas</u>****, aí eu achei um Fórum que tinha algumas pessoas discutindo sobre isso. Daí tinha um link no GeoGebra alemão que levava para esta página aqui. Alemã*.
CP	CPw22	Estudante 1: *Estávamos pesquisando aqui e achamos um conteúdo que acho que se encaixaria para fazer isso, que é spline cúbica.* ***<u>Só que não entendemos nada sobre ele.</u>*** *[...]* https://www.arndt-bruenner.de/mathe/scripts/kubspline.htm*. Foi nesse site que estávamos olhando.* Professor: *Parece bem interessante. Note que continua sendo função por partes envolvendo função cúbica [...]. Legal, é um bom caminho também. Coloca na lista de opções aí.* Estudante: *Estamos tentando aqui. O site tem uma calculadora para isso.* ***<u>Vamos testar se dá certo</u>****.*
	CPvb57	Estudante 1: (referindo-se às ferramentas de regressão linear do GeoGebra e mostrando os gráficos) ***<u>estas daqui pra baixo eu não conheço [...]. Não faço a mínima ideia do que é</u>****. A gente fez:* ***<u>a reta, a quadrática, aí logarítmica</u>*** *que não funciona porque tem ponto zero, e ponto zero não funciona. Esta daqui é a* ***<u>regressão polinomial</u>****, que é a de terceiro grau, que aqui fica bem mais certo, pra falar a verdade. E tem esta daqui tem a* ***<u>função exponencial</u>*** *que nem funciona.*
	CPvc60	Estudante 2: *É uma página alemã. Aqui ela explica um pouco sobre as splines cúbicas e* ***<u>aqui embaixo você coloca os</u>***

		valores e ele tem uma calculadora própria na página que já dá o resultado no gráfico. *Professor: Só que daí a parte do cálculo vocês não estudaram? [...]* Estudante 1: *Digamos que a **gente não entendeu nem como é que começava, pra falar a verdade**.*
DT	DTw2	Estudante 1: E*stou tentando fazer aqui no GeoGebra e **não estou sabendo usar o programa**. Saberia me dizer como que faz para fazer os gráficos usando os dados que temos lá?*
	DTw9	*Estudante 1: Ok. **Vou mandar isso para as meninas, para fazermos juntos**.*
	DTw16	Estudante 1: *Eu e a Estudante 2 estamos tentando fazer aqui, só que **estamos com bastante dúvida de como montar uma equação que chegue nos resultados**.*
IR	IRw5	Estudante 1: *Seria algo **mais ou menos assim para ficar**?*
	IRw13	Estudante 1: ***Seria mais ou menos isso**?*
	IRw16	Estudante 1: *Vamos continuar tentando aqui **qualquer dúvida te chamo novamente.***
IP	IPw3	Professor: *No GeoGebra **tem que construir uma planilha**. **Depois você seleciona e gera o gráfic**o. [...] Aqui no celular **aparece folha de cálculo**”* (professor mostra print da tela do celular com imagem da planilha).
	IPw4	Professor: ***Depois que digitar os valores, usa o gráfico de dispersão**, aquele das bolinhas azuis. Com a planilha selecionada (mostra imagem do celular com dados aleatórios). **Com o gráfico, tem que ver as melhores opções**. Ali no meu desenho usei regressão linear. **Provavelmente você terá que dividir o gráfico em partes, função por partes.***
	IPw6	Professor: *Se a seleção dos dados estiver certa, **a regressão linear vai gerar esta reta. É uma aproximação. Mas dá para melhorar fazendo em partes**.*
	IPw8	Professor: *Tem que pensar e organizar. Eu, por exemplo, vejo que **uma parte pode ser aproximada por log.** **Até no 75**. **Ou uma reta até ali,** também. **Depois separa as outras partes com outras funções**. **Pensa o que fica melhor**.*
	IPw14	Professor: ***O teu modelo guarda os valores coletados de maneira satisfatória?** [...]* Os valores não precisam ser exatos, mas ***tem que ser uma função com aproximação considerável*. Por isso fiz esta pergunta. Os modelos são sempre aproximação do real.
	IPw23	Professor: *Depois comparamos e vemos o que fica melhor. **Neste caso, a logarítmica cai por terra, mas sem problemas.** Bora lá.*
	IPw28	Professor: **Tem muita coisa legal no que vocês estão trazendo.**
	IPva35	Professor: *E aqui, **como você chegou nas funções**? No primeiro momento eu pensei que você tinha usado o software, mas **como você chegou naquela função do primeiro grau da função no intervalo de 1 a 20, por exemplo?***
	IPw19	Estudante 1*: Fazer algo nesse sentido tu diz?* (mostra imagem) Professor*: **O que vocês acharam desta aí**?* Estudante 1*: Está bem melhor.* Professor*: Guarda esta daí para este intervalo e no mesmo intervalo faz uma aproximação com uma reta. **Depois vocês comparam para ver qual fica melhor usando os valores reais que vocês coletaram.*** Estudante 1*: ok.*

Fonte: Os autores

Cada uma das unidades de significado foi analisada, inicialmente, de modo a visualizar as caracterizações que se enquadram nas categorias de Geiger. Outros aspectos relevantes manifestados pelos estudantes geraram outras três categorias que, entendemos não estarem contempladas nas quatro metáforas de Geiger, mas que exercem papel significativo na obtenção de resultados promissores tanto na aprendizagem matemática quanto no processo de modelagem matemática com uso de tecnologia: compreensão de ferramentas da tecnologia digital, insegurança dos estudantes e intervenções e seus impactos.

Para caracterizar o uso da tecnologia, consideramos os usos especificados em Geiger (2005), identificando nas unidades de significado três dessas categorias, conforme aponta o Quadro 4.

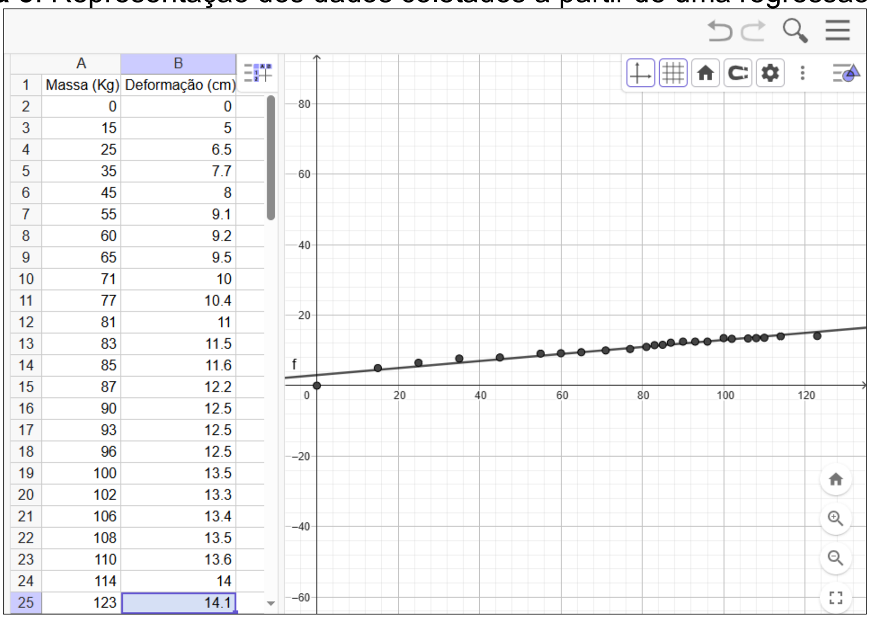
Quadro 4: Papel da tecnologia digital conforme categorias de Geiger (2005)

Categoria	Excertos correspondentes
Tecnologia como Mestre	CPw22, CPvb57, CPvc60.
Tecnologia como assistente	TLva39.
Tecnologia como parceira	TLva36, TLva37, TLva43, TLva31, TLva39.

Fonte: Os autores

Inicialmente, observa-se uma tendência de uso das tecnologias digitais como *mestre*, particularmente quando os estudantes tiveram seu primeiro contato com os *softwares* escolhidos. Esse comportamento é exemplificado pelo Estudante 1, que propôs uma regressão linear como solução para o problema (Figura 3), demonstrando uma relação inicial de dependência em relação à tecnologia digital.

Figura 3: Representação dos dados coletados a partir de uma regressão linear



Fonte: Registro dos estudantes

Os estudantes observaram que a regressão linear não seria a melhor representação, uma vez que a reta se distanciava significativamente de muitos pontos representados. O Estudante 1 testa diversas regressões (ver CPvb57), mas não compreende o que acontece, conforme manifestado em sua fala: *estas daqui pra baixo eu não conheço [...]. Não faço a mínima ideia do que é*. Eles sabiam que precisavam explicar os motivos de suas escolhas, como não compreenderam o que se passava com os modelos de regressão, optaram em mudar de estratégia. Ao encontrarem uma página de internet que aproximava os dados por meio de uma Spline Cúbica (ver CPw22 e CPvc60), eles entendem como inserir os dados e obter o modelo, mas não compreendem os processos que levam ao modelo, como por exemplo, no trecho: *a gente não entendeu nem como é que se começava,* ou no trecho: *só que não entendemos nada sobre ele*. Caso estes modelos fossem escolhidos definitivamente por eles, não haveria construção de sentido a respeito dos processos que ocorrem internamente no *software* para se chegar à função, o que caracteriza o uso da ferramenta como caixa-preta (Cevikbas; Greefrath; Siller, 2023).

Ao explicar como chegaram ao modelo final, os estudantes apresentam os caminhos que realizaram, sempre utilizando o *software* para exemplificar. O papel da tecnologia digital como *assistente* manifestou-se nos cálculos envolvendo bases logarítmicas e raízes n-ésimas (ver destaques do excerto TLva39). Durante a atividade com o GeoGebra, tornou-se evidente a necessidade de otimizar operações que seriam demasiadamente trabalhosas para resolver manualmente. O professor, ao perceber essa dependência computacional, questionou os estudantes sobre métodos alternativos para determinar a base logarítmica matematicamente, focando no intervalo selecionado para a função. Para fundamentar a discussão, a partir das dificuldades dos estudantes, foi relembrada a definição de logaritmo: o logaritmo de um número positivo b numa base a, $a > 0$ e $a \neq 1$, é o expoente da potência a qual deve-se elevar a para se obter b, ou seja, $b \quad = x \Leftrightarrow a^x = b$. Utilizando o par ordenado (25; 6,5), o professor exemplificou como poderia determinar a base de um logaritmo:

$$log_a 25 = 6{,}5 \Leftrightarrow a^{6{,}5} = 25, a > 1$$

$$a \cong 1{,}6408455$$

Os estudantes realizaram os cálculos para todos os valores do intervalo definido, organizando os resultados em uma planilha eletrônica. A análise dos dados revelou que a média das bases logarítmicas calculadas foi de aproximadamente 1,5 (Figura 4).

Figura 4: Cálculo para a base da função logarítmica para o intervalo $20 < x \leq 81$

	A	B	C
1			
2	**Massa**	**Deformação**	**Base do logaritmo**
3	25	6,5	1,640845512
4	35	7,7	1,586822382
5	45	8	1,609353928
6	55	9,1	1,553276055
7	60	9,2	1,560548641
8	65	9,5	1,551790129
9	71	10	1,531531152
10	77	10,4	1,518424977
11	81	11	1,49107208
12	**Média das bases**		**1,560407206**
13			

Fonte: Registro do professor

Nesta etapa final, a tecnologia digital foi novamente empregada no papel de *assistente*, agilizando os processos de cálculo e análise dos dados. O papel da tecnologia digital como *parceiras* (Geiger, 2005) é percebido em diversos excertos. No excerto TLva31, o Estudante 1 *expõe detalhes que facilitam a interpretação dos resultados* obtidos com o *GeoGebra*, associado ao experimento realizado. No TLva36, isso também ocorre, mas agora, voltado para a relação dos dados com funções matemáticas, quando o estudante diz que: *você consegue perceber que aqui você tem uma reta*. Ainda neste excerto, o estudante revela que seus conhecimentos prévios sobre funções foram sendo validados pela funcionalidade do *software.* Ao perceber que a representação gráfica da função não mantinha uma conexão (continuidade) entre suas partes, no excerto TLva37 o estudante relata que teve que fazer correções nos parâmetros: *então para não gerar um gráfico desconexo, que não tem uma linha em si contínua, a gente foi quebrando cada vez mais estes valores iniciais*, o que é complementado no excerto TLva43, quando diz que: *se a gente colocava este logaritmo um pouquinho menor, ele se encaixava nos pontos debaixo, mas não se encaixava nos pontos de cima.*

Observou-se no excerto TLva32 que, durante todo o desenvolvimento da atividade, o estudante adaptou-se progressivamente à tecnologia, explorando suas funcionalidades, compreendendo sintaxes e resultados, além de correlacionar comandos com representações gráficas e expressões matemáticas de forma criativa, expondo detalhes que facilitaram na interpretação dos dados apresentados. Em TLva31, o Estudante 1 demonstrou pleno domínio do processo ao utilizar a tecnologia digital para formular seu modelo final, detalhando precisamente os pontos e características do gráfico gerado e sua relação com o contexto real do problema investigado. TLva39 reforça esse argumento ao mostrar que o Estudante 1 também empregou a calculadora com propriedade para ajustar os parâmetros logarítmicos, após identificar os elementos necessários para estabelecer a conexão entre os gráficos. Tais aspectos demonstra a criatividade desprendida para a resolução do problema utilizando duas ferramentas digitais de forma complementar com os conhecimentos sobre funções, oportunizado pela visualização do gráfico.

Para destacar a relevância das interferências docentes no desenvolvimento do modelo pelos estudantes, procedeu-se à construção de três categorias emergentes. Estas categorias são organizadas no Quadro 5 com o objetivo de diferenciar o foco de análise em relação as categorias do Quadro 4.

Quadro 5: Desafios e intervenções

Categoria	**Excertos correspondentes**
Compreensão de ferramentas da tecnologia digital	TLva45, DTw2, DTw9, DTw16.
Insegurança dos estudantes	IRw5, IRw13, IRw16.
Intervenções e seus impactos	CMva48, CMva55, APva51, APvc62, IPw3, IPw4, IPw6, IPw8, IPw14, IPw23, IPw28, IPw35, IPw19.

Fonte: Os autores

A primeira categoria, denominada *compreensão de ferramentas da tecnologia digital* destaca a importância da exploração das ferramentas tecnológicas, bem como a sua compreensão. A categoria *insegurança dos estudantes* é a reprodução integral da unidade de significado (IR), por acreditar-se que os excertos são significativos isoladamente das demais categorias. A categoria *intervenções e seus impactos* apresenta diversas intervenções e consequências de intervenções oriundas das unidades de significado CM, AP e IP.

Na primeira categoria, percebe-se as dificuldades e anseios iniciais do Estudante 1 quanto à compreensão de ferramentas da tecnologia digital utilizada (TLva45, DTw2, DTw9, DTw16). Para suprir as dificuldades, além de perguntar ao professor, o Estudante 1 pesquisa na documentação do *GeoGebra* como proceder com a inserção de dados e funções (TLva45). A busca de superação das dificuldades é compartilhada com as colegas, quando, depois de conversar com o professor, o estudante 1 diz que "irá mandar para as meninas para fazerem juntos" (DTw9). Mais tarde, a Estudante 2 apresenta novas dúvidas, porém, as dúvidas estão envolvendo a conexão do *software* com a matemática envolvida (DTw16) e não mais quanto ao uso da tecnologia digital. Mesmo depois de serem esclarecidos de algumas questões, os estudantes manifestaram frequentes dúvidas quanto a confiabilidade dos resultados obtidos, na categoria *insegurança dos estudantes* (IRw5, IRw13 e IRw16).

As intervenções realizadas são apresentadas nos excertos da terceira categoria *intervenções e seus impactos* (CMva48, CMva55, APva51, APvc62, IPw3, IPw4, IPw6, IPw8, IPw14, IPw23, IPw28, IPw35, IPw19). O professor procura inserir reflexões acerca de conceitos de matemática que percebe que os estudantes estão com dificuldade de compreender. No excerto CMva48, por exemplo, a intervenção ocasiona lembrança da definição de logaritmos aprendidos pelo Estudante 1, evidenciada no excerto CMva55.

Percebeu-se uma maior concentração de manifestações de dúvidas nos primeiros excertos, momento em que os estudantes ainda não estavam familiarizados com as ferramentas digitais (Ver excertos IPw3, IPw4, IPw6), por exemplo. Nestes, o Estudante 1 não compreende como inserir os dados no *Geogebra* e é auxiliado pelo professor.

A intervenção frequente do professor, teve papel importante para o avanço no desenvolvimento das atividades e ampliação dos conhecimentos acerca da tecnologia digital utilizada. Na intervenção IPw4, por exemplo, o professor sugere o uso do gráfico de dispersão a partir de dados que foram orientados pela fala IPw3. Esta intervenção levou o Estudante 1 a pensar que o modelo matemático ficou concluído com a função linear apresentada por ele. Classificamos esta intervenção como *intervenção sugestiva fechada*, na qual o professor instrui de modo que o resultado obtido é conclusivo. Esta intervenção induz ao uso da tecnologia digital como *mestre*. Em virtude desta compreensão do Estudante 1, a Estudante 2 pesquisou outros meios de aproximações por meio de funções por parte e chegou a um modelo fechado, produzido pelo uso da tecnologia digital como *mestre*. Como conhecimento de ferramentas da tecnologia empregada na atividade, esta forma de instrução é útil, mas no caso apresentado, não foi produtivo. Para contornar esta situação, o professor utiliza uma nova intervenção (IPw6), a qual conclui com a frase "*mas dá para melhorar fazendo por partes*". Aqui a intenção do professor era que os estudantes usassem conhecimento matemático para separar em partes a função, para obter melhores aproximações com utilização de conteúdos de ensino médio. Esta intervenção denominamos de *intervenção sugestiva aberta*. Ela sugere um caminho, mas não define claramente qual, uma vez que a construção da função por partes pode ter diversas configurações.

Ocorreu também momentos em que a intervenção teve que apresentar características fechadas com características abertas. Para que os estudantes percebessem outras possibilidades além de funções lineares o professor sugere o uso de função logarítmica para uma parte, por exemplo, e sugere que explorem os demais intervalos (IPw8). Esta forma de intervenção, denominamos *intervenção sugestiva mista*.

Outras formas de intervenção foram identificadas: *intervenção reflexiva* seguida de *intervenção explicativa* (IPw14). No primeiro momento, visa fazer com que os estudantes reflitam sobre seus resultados e na sequência traz uma explicação que visa esclarecer possível erro de interpretação expressa pelos estudantes. A intervenção IPw23 visou valorizar resultado trazido pelos estudantes após abandonarem uma ideia anterior. Esta intervenção determinamos por *intervenção de concordância*, a qual valoriza a ideia do estudante, o que pode influenciar positivamente na sua motivação. A *intervenção motivacional* é percebida na fala IPw28, a qual valoriza o processo de produção dos estudantes. O diálogo de IPw19 apresenta uma *intervenção motivacional* e na sequência utiliza uma *intervenção comparativa* que também traz característica de abertura para que os estudantes explorem diferentes possibilidades.

Considerações finais

Tendo em vista nosso objetivo, a partir das análises realizadas, evidenciou-se que o papel da tecnologia digital na modelagem matemática transitou predominantemente entre: *tecnologia como mestre, assistente e parceira*. No entanto, não foi identificado o estágio em que a tecnologia digital se tornaria uma *extensão de si mesmo*, o que sugere que os estudantes ainda não alcançaram plena autonomia e criticidade em seu uso.

A utilização de tecnologias digitais oportunizou aos estudantes desenvolverem novas ideias, servindo como mediadoras nas interações entre estudante/professor, estudante/tecnologia e estudante/matemática, conforme Geiger (2005). Os estudantes exploraram diversas possibilidades de representar o problema investigado, e selecionaram o modelo que melhor se ajusta aos dados observados. Uma abordagem que difere de atividades que não são abertas.

Acerca do papel do professor, observa-se que os desafios enfrentados nesse processo, como a falta de compreensão de ferramentas das tecnologias digitais por parte dos estudantes e a insegurança quanto aos resultados, demandaram intervenções docentes estratégicas. Essas intervenções revelam-se fundamentais para superar obstáculos e impulsionar avanços no desenvolvimento da atividade. Tais observações reforçam a importância do papel do professor como mediador no processo de integração entre modelagem matemática e tecnologias digitais, destacando a necessidade de abordagens pedagógicas reflexivas e adaptadas às demandas dos estudantes.

Para favorecer a diferenciação das intervenções, estas foram nomeadas em conformidade com sua aplicação em cada excerto, o que gerou: *intervenção sugestiva fechada, intervenção sugestiva aberta, intervenção sugestiva mista, intervenção reflexiva, intervenção motivacional, intervenção de concordância* e *intervenção explicativa*. O conjunto de diferentes formas interventivas identificado conclui que o professor tem um papel importante na condução do uso das tecnologias digitais, podendo estas intervenções serem construtivas ou não construtivas. O professor precisa intervir e ao mesmo tempo, ausentar-se, para que os estudantes tenham liberdade de criar suas próprias soluções, assim como apontado por Geiger (2025).

Desafios quanto ao uso de tecnologias digitais como caixa-preta (Cevikbas; Greefrath; Siller, 2023) são percebidos, principalmente na sua utilização como *mestre* (Geiger, 2005) e foram superadas por meio de intervenções do professor. Esse resultado se manifesta na apresentação do modelo pelo Estudante 1 (TLva31), que demonstrou relações “[..] entre o conhecimento teórico e a realidade” (Almeida; Silva; Vertuan, 2012, p. 32) ao relacionar os pontos e intervalos do gráfico ao fenômeno experimentado por eles. As intervenções realizadas pelo professor evidenciam a preocupação para que houvesse prevenção de problemas potencialmente possíveis de ocorrer, como o uso de ferramentas como caixa-preta, direcionando as ações dos estudantes para práticas potencialmente positivas quanto à busca de indícios de aprendizagem (Greefrath; Siller, 2017).

A centralidade das atividades no estudante (Maltempi, 2008), é percebida no protagonismo dos estudantes quanto a escolha das melhores alternativas para resolverem os próprios problemas emergidos no processo, respeitando as suas limitações de conhecimento matemático, típico da fase educacional em que se encontram.

As tecnologias digitais oportunizaram um ambiente interativo (Howland; Jonassen; Marra, 2011; Galbraith; Fisher, 2021), entre os estudantes e o professor, de modo que os estudantes apresentaram suas ideias e buscaram juntos uma melhor alternativa de solução para o problema inicial, pautada nas análises dos resultados observados com auxílio da tecnologia digital. Características, estas, que são comuns na fase de interpretação e validação dos resultados presentes na modelagem matemática (Almeida; Silva; Vertuan, 2012).

Os estudantes escolheram espontaneamente as tecnologias digitais consideradas mais acessíveis por eles (GeoGebra, calculadoras, planilhas e site para criação de função *Spline*), o que confirma que a utilização das tecnologias digitais durante a realização da atividade ocorreu de maneira natural (Almeida; Silva; Vertuan, 2012) em todas as fases da modelagem matemática. As dificuldades quanto a familiaridade com as ferramentas do *Geogebra*, foram superadas pela investigação acerca do funcionamento das funções. Esse fator demonstra que o interesse e a curiosidade foram despertados no estudante, levando-o a buscar uma melhor integração e compreensão da ferramenta escolhida (Cevikbas; Greefrath; Siller, 2023).

A modelagem matemática, enquanto alternativa pedagógica, possibilitou condições ideais para superar a visão instrumental da tecnologia. Ao resolverem problemas abertos a partir de situações reais os estudantes foram naturalmente conduzidos a explorar as potencialidades das tecnologias digitais, desenvolvendo não apenas competências matemáticas, mas também uma postura investigativa frente à tecnologia digital. O papel do professor revelou-se importante neste processo, exigindo intervenções equilibradas que, respeitando a autonomia dos estudantes, garantissem o aprofundamento matemático necessário. Os dados sugerem que é na tensão entre a liberdade criativa inerente à modelagem matemática e as demandas matemáticas do problema que os estudantes avançaram em sua relação com as tecnologias digitais, configurando um ambiente rico tanto para o desenvolvimento de habilidades matemáticas quanto para o uso de tecnologias digitais.

Agradecimentos

Agradecemos ao CNPq pelo apoio ao desenvolvimento à pesquisa.

A Janilson Loterio e Rosângela Maria Kowalek que contribuíram no relato de experiência apresentado no X EPMEM.

Referências

ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ALMEIDA, L. M. W.; SEKI, J. T. P.; CASTRO, E. M. V. Tecnologias digitais e modelagem matemática: interlocuções e possibilidades. **Amazônia**, v. 20, p. 144 -161, 2024.

ALMEIDA, L. M. W.; SEKI, J. T. P. Modelagem matemática como meio de integração do pensamento computacional na educação matemática. *In:* **Quadrante**: revista de investigação em educação matemática. v. 32, n. 2, p. 267-291, 2024.

BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. **Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking:** information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization. New York: Springer, 2005. v. 39.

BORBA, M. C; SILVA, R.S. R.; GADANIDIS, G. **Fases das tecnologias digitais em educação matemática: sala de aula e internet em movimento**. 3. Ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2020.

BORSSOI, A. H.; ALMEIDA, L. M. W. Percepções sobre o uso de Tecnologia para a Aprendizagem Significativa de alunos envolvidos com atividades de modelagem matemática. **REIEC**, v. 10, n. 2, p. 36-45, 2015.

CARVALHO, F. J. R.; KLÜBER, T. E. Modelagem Matemática e programação de computadores: uma possibilidade para a construção de conhecimento na educação básica. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 23, n. 1, p. 297-323, 2021.

CEVIKBAS, M.; GREEFRATH, G.; SILLER, S. Advantages and challenges of using digital technologies in mathematical modelling education – a descriptive systematic literature review. **Frontiers in Education**, v. 8, p. 1-17, 2023.

DRIJVERS, P. Digital tools in Dutch mathematics education: A dialectic relationship. In **National Reflections on the Netherlands Didactics of Mathematics**. Cham, Switzerland: Springer, 2020. p. 177-195.

GALBRAITH, P.; FISHER, D. M. Technology and mathematical modelling: addressing challenges, opening doors. **Quadrante**, v. 30, n. 1, p. 198-218, 2021.

GEIGER, V. Master, servant, partner, and extension-of-self: A finer grained view of this taxonomy. In: ANNUAL CONFERENCE OF THE MATHEMATICS EDUCATION RESEARCH GROUP OF AUSTRALASIA, 28., 2005, Melbourne. **Anais.** Sydney: MERGA, 2005. p. 369-376.

GEIGER, V.; FARAGHER, R.; GOOS, M. CAS-enabled Technologies as ‘Agents Provocateurs’ in Teaching and Learning Mathematical Modelling in Secondary School Classrooms. **Mathematics Education Research Journal**, v. 22, n. 2, p. 48-68, 2010.

GEIGER, V. et al. Identifying and describing generic, specific, and catalytic enablers of mathematical modelling. **ZDM**, v. 57, p. 289-302, 2025.

GOULART, T. C. K.; ALMEIDA, L. M. W. A tecnologia digital em atividades de modelagem matemática: um olhar para os recursos semióticos. **RPEM**, v. 9, n. 19, p. 262-284, 2020.

GREEFRATH, G.; HERTLEIF, C.; SILLER, H-S. Mathematical modelling with digital tools – a quantitative study on mathematising with dynamic geometry software. **ZDM**, v. 50, n. 1, p. 1-12, 2018.

GREEFRATH, G.; SILLER, H.-S. Modelling and simulation with the help of digital tools. In: STILLMAN, G. A.; BLUM, W.; KAISER, G. (Eds.). **Mathematical modelling and applications**, ICTMA 17. Dordrecht: Springer, 2017. p. 529-539.

HOWLAND, J. L.; JONASSEN, D.; MARRA, R. M. **Meaningful Learning with Technology**. 4. ed. Boston: Pearson, 2011. 292 p.

LACERDA, A. G. O diálogo e o GeoGebra na Educação Básica: implicações para os jovens futuros professores e sua formação. **Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo**, v. 7, n. 2, p. 29-44, 2018.

MALHEIROS, A. P. S. **A produção matemática dos alunos em um ambiente de modelagem**. 2004. 180 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.

MALTEMPI, M. V. Educação matemática e tecnologias digitais: reflexões sobre prática e formação docente. **Acta Scientiae**, v. 10, n. 1, p. 109-122, 2008.

MORAES, R.; GALIAZZI, M. C. **Análise textual discursiva**. 2. ed. rev. Ijuí: Editora Unijuí, 2011.

NASCIMENTO, E. G. A. Avaliação do uso do software geogebra no ensino de geometria: reflexão da prática na escola. **Actos de la Conferencia Latinoamericana de Geogebra**. Uruguai, 2012.

SOUZA, P. H. G.; JAVARONI, S. L. Modelagem Matemática, Pensamento Computacional e suas relações. In: GONÇALVES, F. A. M. F. **Educação Matemática e suas Tecnologias 3**. Ponta Grossa: Atena, 2019.