



Edição Especial

X Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática
Universidade Estadual do Norte do Paraná - Cornélio Procópio (PR), 2024

TRATAMENTO DE DADOS POR ALUNOS DO 1º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL EM UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA

*DATA PROCESSING BY FIRST-YEAR ELEMENTARY SCHOOL STUDENTS IN A
MATHEMATICAL MODELLING ACTIVITY*

Samuel Jefté Vaz dos Santos¹
Karina Alessandra Pessoa da Silva²

Resumo

Este artigo apresenta uma investigação desenvolvida com uma turma de 1º ano do Ensino Fundamental, que teve como objetivo analisar como os alunos produzem registros de representação semiótica no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática. A atividade, centrada na temática das datas comemorativas, foi desenvolvida com 22 estudantes de uma escola municipal do interior do Paraná, reunidos em quatro grupos, em três dias consecutivos do ano de 2024. A análise qualitativa de cunho interpretativo fundamentou-se na Teoria dos Registros de Representação Semiótica, destacando as atividades cognitivas de tratamento e conversão entre registros — língua natural, figural, tabular, gráfica e numérica. Além dos registros escritos, produções constituídas por gravações em áudios e fotografias do desenvolvimento da atividade de modelagem subsidiaram. Por meio da coleta, da organização e do tratamento de dados de forma contextualizada, diferentes registros foram produzidos, como desenhos, tabelas e gráficos, subsidiados por solicitação do professor, via questionamentos, o que permitiu a transição da linguagem natural para registros no contexto matemático. A articulação entre modelagem matemática e os

¹ Mestrando no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT) da UTFPR – Campus Cornélio Procópio e Londrina.

² Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática, Professora Associada do Departamento Acadêmico de Matemática da UTFPR – Campus Londrina, e docente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática (PPGMAT) da UTFPR – Campi Cornélio Procópio e Londrina.



registros semióticos mostrou-se uma estratégia com potencial para promover a abordagem de conteúdos matemáticos no 1º ano do Ensino Fundamental.

Palavras-chave: Educação Matemática; Teoria dos Registros de Representação Semiótica; Tratamento da informação.

Abstract

This paper presents a study developed with a first-grade elementary school class, which aimed to analyze how students produce semiotic representation registers in the development of a mathematical modelling activity. The activity, centered on the theme of commemorative dates, was developed with 22 students from a municipal school in the interior of Paraná, gathered in four groups, on three consecutive days in the year 2024. The qualitative analysis of an interpretative nature was based on the Theory of Semiotic Representation Registers, highlighting the cognitive activities of processing and conversion between registers — natural, figural, tabular, graphic and numerical language. In addition to the written registers, productions consisting of audio recordings and photographs of the development of the modelling activity supported the results obtained. Through the collection, organization and processing of data in a contextualized way, different registers were produced, such as drawings, tables and graphs, supported by the teacher's request, through questions, which allowed the transition from natural language to registers in the mathematical context. The articulation between mathematical modelling and semiotic registers proved to be a strategy with potential to promote the approach of mathematical content in the 1st year of Elementary School.

Keywords: Mathematic Education; Theory of Semiotic Representation Registers; Data Processing.

Introdução

O 1º ano do Ensino Fundamental, destinado a crianças a partir dos 6 anos de idade, consiste no período de transição entre a Educação Infantil e o Ensino Fundamental e tem como objetivo integrar o aprendizado das crianças, com a abordagem de conteúdos de letramento e matemática, de forma lúdica, em que a oralidade e o registro via desenhos se fazem primordiais.

A modelagem matemática pode ser uma possibilidade de abordar tais conteúdos por meio da interpretação matemática de uma situação-problema não essencialmente matemática, que faz parte do dia a dia dos alunos (Almeida; Silva; Vertuan, 2012). Por meio da modelagem matemática, além de se possibilitar ensinar matemática, há um espaço para a troca de experiências, reflexões, análises e estratégias (Gomes; Silva, 2024). Em outras palavras, a modelagem cria um ambiente favorável à construção do conhecimento.

Segundo Alsina et al. (2021, p. 92), a implementação da modelagem matemática desde os primeiros anos escolares “permitirá que as crianças adquiram progressivamente sólidas competências matemáticas, sempre tendo em mente a conexão entre o mundo matemático e o mundo real”. Neste contexto, entendemos que, nos anos iniciais, é possível promover “as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente” (Brasil, 2018, p. 266).

Todavia, ainda existem relutâncias à implementação de atividades de modelagem matemática nos anos iniciais. Silva e Gomes (2024, p. 5) ponderam que essa relutância está associada ao fato de que “a necessidade da linguagem simbólica se mostra como empecilho para a matematização das situações-problema”. Há de se considerar que nos anos iniciais, devido à linguagem matemática estar em processo de desenvolvimento, a matematização apresenta algumas especificidades, como já apontam os estudos realizados por Tortola e Almeida (2016).

A língua natural, os materiais manipuláveis, as malhas quadriculadas e as colagens podem se configurar como recursos para que esquemas, gráficos e desenhos, subsidiados por estruturas matemáticas sejam produzidos por alunos dos anos iniciais. Desse modo, há a possibilidade do uso de diferentes representações para abordar objetos matemáticos neste nível de escolaridade. Em pesquisa desenvolvida com alunos de uma turma de 4º ano do Ensino Fundamental, Nunomura (2021) evidenciou que as representações produzidas em atividades de modelagem matemática mobilizaram atividades cognitivas de tratamento e conversão, favorecendo a coordenação entre diferentes registros de representação semiótica e subsidiando a aprendizagem matemática.. No entanto, a pesquisadora ressalta a “necessidade do professor requerer os diferentes registros no momento do desenvolvimento da atividade” (Nunomura, 2021, p. 115).

Atentando-se aos apontamentos de Nunomura (2021), bem como para o fato de desenvolver nos anos iniciais as “habilidades para coletar, organizar, representar, interpretar e analisar dados em uma variedade de contextos, de maneira a fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões adequadas” (Brasil, 2018, p. 274), foi implementada uma atividade de modelagem com uma turma do 1º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal localizada no interior do Paraná, no ano de 2024, sobre a temática datas comemorativas. Essa temática foi sugerida pelo

professor regente (primeiro autor) como uma possibilidade de suscitar a organização e o tratamento de dados coletados com os alunos.

Neste contexto, intentamos investigar *Como alunos de 1º ano do Ensino Fundamental produzem registros de representação semiótica no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática?* Ao trazermos à baila reflexões para a questão de pesquisa, lançamos um olhar para a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, ampliando as discussões iniciadas no artigo submetido, apresentado e publicado nos anais da décima edição do Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática (X EPMEM), que é o foco deste número temático.

Para isso, foi estruturado o aporte teórico relativo à modelagem matemática nos anos iniciais e à Teoria dos Registros de Representação Semiótica, como descrito no próximo tópico. Para, na sequência, abarcarmos os encaminhamentos metodológicos que subsidiaram as análises empreendidas em tópico subsequente, em que discorremos sobre as ações dos alunos, bem como as intervenções do professor para que modelos matemáticos mais sofisticados fossem representados. Finalizamos com nossas considerações e possibilidades de trabalhos futuros.

Aporte teórico

Nos anos iniciais, pesquisas que abarcam a implementação de práticas de modelagem têm sido discutidas tanto no âmbito nacional (Almeida; Tortola, 2014; Tortola, 2016; Nunomura, 2021; Veronez; Santos, 2023; Gomes; Silva, 2024; Silva; Gomes, 2024), quanto internacional (English; Watters, 2004; English, 2016; Alsina et al., 2021).

English e Watters (2004) argumentam que a modelagem matemática pode ser introduzida desde os primeiros anos escolares, contribuindo para o desenvolvimento de habilidades como:

- (a) interpretação de informações matemáticas e científicas apresentadas no texto e em forma de diagrama, (b) leitura de tabelas simples de dados, (c) coleta, análise e representação de dados, (d) preparo de relatórios escritos a partir da análise de dados; (e) trabalho cooperativo em situações em grupo; (f) disseminação dos resultados finais com os colegas de classe, por meio de relatos verbais e escritos (English; Watters, 2004, p. 337).

Nesse contexto, consideramos a modelagem matemática uma alternativa pedagógica em que há a “tradução, em ambas as direções, entre a matemática e o mundo extra-matemático” (Blum; Ferri, 2016, p. 65). Por meio dos procedimentos que possibilitam essa tradução, “as crianças têm oportunidades de realizar pesquisas, de debater com os colegas, de utilizar suas próprias representações e, nesse sentido, (re)construir conhecimentos diversos” (Veronez; Santos, 2023, p. 172). Portanto, a “introdução da modelagem matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental representa uma oportunidade para alunos desse nível de escolaridade construir seu conhecimento” (Almeida; Tortola, 2014, p. 140).

Almeida, Silva e Vertuan (2012) caracterizam fases relacionadas aos procedimentos necessários para a configuração, a estruturação e a resolução de uma situação-problema, via atividades de modelagem. As fases caracterizadas pelos autores são: *inteiração*, *matematização*, *resolução*, *interpretação* dos resultados e *validação*.

A *Inteiração* compreende a fase de conhecer a situação em estudo, obtendo informações sobre ela, é também o momento de definir uma questão para investigar. A *Matematização* corresponde à fase de elencar os dados matemáticos da situação “considerando esses processos de transição de linguagens, de visualização e de uso de símbolos para realizar descrições matemáticas” (Almeida; Silva; Vertuan, 2012, p. 16). Na fase de *Resolução*, os dados elencados são utilizados para construir um modelo matemático como resposta à questão pesquisada, podendo inclusive realizar previsões sobre a situação em estudo. Tortola (2016) afirma que, nos anos iniciais, o modelo matemático para a situação em estudo apresenta algumas especificidades quanto à simbologia matemática, podendo ser apresentado por meio de esquemas, gráficos, desenhos, materiais manipuláveis, colagens e língua natural. A *Interpretação de Resultados e Validação* consiste na verificação e avaliação do modelo matemático deduzido, observando sobretudo se ele responde à questão definida; esta fase promove o “desenvolvimento, nos alunos, da capacidade de avaliar esse processo de construção de modelos e os diferentes contextos de suas aplicações” (Almeida; Silva; Vertuan, 2012, p. 16).

No desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática sobre a medida dos pés e a numeração dos calçados, Silva e Gomes (2024) evidenciaram que diferentes sistemas representacionais foram mobilizados de forma conjunta entre os alunos e a professora, tais como o registro do carimbo dos pés que foram medidos

por meio de régua e material dourado; varal dos números, para indicar a frequência das numerações; tabelas e gráficos. Esses diferentes sistemas representacionais corresponderam a modelos matemáticos que foram se tornando mais sofisticados à medida que os alunos avançavam no desenvolvimento da atividade.

Para além de fazer uso de diferentes sistemas representacionais, “a compreensão dos objetos matemáticos que se fazem presentes nas situações de modelagem ocorre a partir da coordenação entre diferentes registros de representação associados aos objetos” (Almeida; Silva; Vertuan, 2012, p. 35). Essa abordagem pode ser abarcada no contexto da Teoria dos Registros de Representação Semiótica.

A Teoria dos Registros de Representação Semiótica, desenvolvida por Raymond Duval, é caracterizada como um estudo de abordagem cognitiva que analisa a aprendizagem em Matemática. As representações semióticas são produções constituídas por signos que pertencem a um sistema de representação, os quais têm suas dificuldades próprias de significado e de funcionamento (Duval, 2004).

Para um sistema semiótico ser considerado um registro de representação semiótica é preciso que atenda a três atividades cognitivas: a formação de uma representação identificável, o tratamento de uma representação e a conversão de uma representação.

De modo geral, a atividade cognitiva relacionada à formação de uma representação identificável pode ser estabelecida por meio de um enunciado comprehensível em uma determinada língua natural. O tratamento corresponde à uma atividade cognitiva de “transformação de representação interna a um registro de representação ou a um sistema” (Duval, 2009, p. 57), por exemplo realizar cálculos no interior de uma equação, mantendo-se no sistema algébrico. Já a conversão é a atividade cognitiva em que ocorre a transformação de representação que consiste “em mudar de registro conservando os mesmos objetos denotados: por exemplo, passar da escrita algébrica de uma equação à sua representação gráfica” (Duval, 2003, p. 16).

Na literatura, algumas pesquisas se debruçaram em articular modelagem matemática e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (Mutti; Matioli; Klüber, 2018; Bisognin; Bisognin, 2021; Vertuan, 2021; Nunomura, 2021; Gomes; Silva; Nunomura, 2023). Em pesquisa desenvolvida com 21 alunos de uma turma do 4º ano do Ensino Fundamental, Gomes, Silva e Nunomura (2023) evidenciaram, em

uma atividade de modelagem sobre a rotina diária, que os alunos mobilizaram diferentes registros de representação semiótica, como figural, tabular, língua natural, aritmético e gráfico. A produção dos registros, bem como as atividades cognitivas de tratamento e conversão foram subsidiadas por questionamentos e orientações da professora.

Portanto, proporcionar aos estudantes, desde os primeiros anos escolares, atividades que incentivem as atividades cognitivas de tratamento e conversão a partir de seus contextos, pode permitir que eles estabeleçam coordenação entre os registros de representação, compreendendo os objetos matemáticos. É no cenário do 1º ano do Ensino Fundamental que desenvolvemos uma atividade de modelagem como relatamos no próximo tópico.

Encaminhamentos metodológicos

Segundo Borba, Almeida e Gracias (2018), a metodologia de pesquisa envolve os métodos e caminhos seguidos no processo de pesquisa. Para trazer reflexões à questão de pesquisa – *Como alunos de uma turma de 1º ano do Ensino Fundamental produzem registros de representação semiótica no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática?* –, nos valemos de uma análise qualitativa e interpretativa. A pesquisa qualitativa enfatiza o significado dos fenômenos para o grupo estudado, priorizando os significados gerados pelos participantes em vez de resultados estatísticos.

Neste contexto, desenvolvemos uma atividade de modelagem matemática com uma turma de 22 alunos do 1º ano, com idades entre 6 e 7 anos, de uma escola municipal de Apucarana, no norte do Paraná, no ano de 2024. Os alunos foram reunidos em 2 grupos com 5 integrantes e 2 grupos com 6 integrantes. Os dados produzidos para a análise advêm de gravações em áudio, registros fotográficos e escritos dos alunos. Para essa produção foi solicitada a autorização da escola e da autarquia municipal, bem como um termo de consentimento livre e esclarecido foi assinado pelos pais dos alunos, desde que mantido o anonimato. Usamos a letra E seguida de um número (E1, E2, ..., E22) para identificar os estudantes e a letra D para o docente. Os grupos de estudantes foram diferenciados por cores – verde, vermelho, amarelo e azul –, conforme distribuição apresentada no Quadro 1.

Quadro 1: Distribuição dos estudantes nos grupos

Grupo	Estudantes
Verde	E1, E2, E3, E4 e E5
Vermelho	E6, E7, E8, E9 e E10
Amarelo	E11, E12, E13, E14, E15 e E16
Azul	E17, E18, E19, E20, E21 e E22

Fonte: Autores

A temática “Uma data especial” estava relacionada ao conteúdo do segundo bimestre: pesquisa, organização, tratamento de dados e resolução de problemas. Ela foi desenvolvida ao longo de seis aulas de matemática de 60 minutos cada, distribuídas em três dias conforme consta no Quadro 2.

Quadro 2: Organização dos dias e das ações dos estudantes

Dia	Data	Ações realizadas
1	20/05/2024	Os estudantes se inteiraram da situação-problema a partir de um vídeo sobre a temática e, em grupo, criaram um modelo para representar as datas comemorativas.
2	21/05/2024	Os modelos foram aprimorados pelos grupos sob orientação do professor que distribuiu folhas de papel quadriculado para auxiliar nos registros dos estudantes.
3	22/05/2024	O professor sugeriu a ampliação da pesquisa em que os estudantes foram em outras turmas de primeiros anos, realizaram uma pesquisa e adicionaram os dados aos modelos.

Fonte: Autores

No tópico que se segue, apresentamos a descrição e a análise subsidiada no quadro teórico da modelagem matemática nos anos iniciais e da Teoria dos Registros de Representação Semiótica para cada dia de desenvolvimento da atividade de modelagem.

Resultados e Discussão

Dia um: Criando um modelo para representar as datas preferidas do 1º ano

Para a interação dos estudantes com a temática a ser abordada, inicialmente, um vídeo³ sobre datas comemorativas foi apresentado pelo professor em que foram discutidas as que são celebradas em família e na escola. Após o vídeo, foi organizada uma roda de conversa em que se tratou do significado das datas comemorativas e da preferida de cada criança. Por meio de desenhos, cada estudante representou uma data comemorativa preferida. Os desenhos foram expostos na lousa, de forma aleatória, conforme consta na Figura 1.

Figura 1: Representação da data comemorativa preferida de cada estudante



Fonte: Arquivo do professor

De antemão, a disposição dos desenhos não apresentava uma frequência no que compete à repetição ou não de datas comemorativas preferidas. O professor, então, questionou os estudantes sobre como poderiam organizar os desenhos na lousa, resultando no diálogo transscrito a seguir:

- E1:** Colocando em fila!
- D:** Mas de que jeito? Tem como separar? De que forma?
- E2:** Natal com Natal e os outros com os outros!
- D:** Quem são os outros? Quem nós temos além do Natal?
- Todos:** Aniversário! Ano novo! Páscoa...
- D:** Então vamos pôr em fila todos que forem...
- E3:** A mesma coisa!
- E4:** O mesmo desenho!
- E5:** A mesma data especial!

³ Disponível em <https://www.youtube.com/watch?v=RLvg-dmGkng>. Acesso em: 20 de maio de 2024.

Os questionamentos do professor levaram os estudantes a reanalisarem a organização dos desenhos expostos, identificando repetições de algumas datas e estabelecendo relações entre elas. Isso permitiu uma reorganização dos desenhos, de modo que uma situação poderia ser matematizada. Para Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 15), a fase de interação permite aos estudantes “conhecer as características e especificidades da situação”. Após o diálogo, alguns estudantes foram chamados para reorganizar os desenhos na lousa, conforme Figura 2.

Figura 2: Estudantes reorganizando os desenhos na lousa



Fonte: Arquivo do professor

Após reorganizarem os desenhos, as crianças foram divididas em grupos e solicitadas a criar formas de representar as preferências das datas comemorativas. Cada grupo escolheu uma cor para suas produções e, com a mediação do professor, começaram a trabalhar na resolução do problema. O professor assistiu cada grupo individualmente.

Os grupos tiveram dificuldade em verbalizar uma forma de representar as informações coletadas. O professor precisou fazer perguntas orientadoras para ajudá-los. Com isso, os estudantes criaram relações entre os dados e como se pretendia representar a situação já que a “busca de informações a seu respeito é o que constitui o foco central nessa fase” (Almeida; Silva; Vertuan, 2012, p. 17), como observado no diálogo com o grupo Vermelho:

D: E vocês como vão representar as datas da sala?

E6: Fazendo uma reta e por um número.

D: Fazer uma reta e colocar um número? E cada reta vai representar o que?

E6: Uma data.

D: E como vamos saber o que cada reta representa? Olha só você fez uma reta, colocou um número, por exemplo você colocou o número seis, este numeral representa qual data?

E6: Natal!

D: E como vai saber que este numeral representa o Natal o que você vai fazer nesta reta?

E6: Vou escrever.

Os questionamentos do professor, em certa medida, requereram que os estudantes externalizassem ideias do modo que poderiam organizar numericamente a distribuição das datas comemorativas que, a princípio, estavam esquematizadas por meio de registros figurais. Um dos integrantes do grupo Vermelho – o E5 – tomou à frente da discussão e indicou a inserção de uma reta com um número. Não estava evidente, na fala de E5, o que essa afirmação representava, então o próprio aluno, a partir dos questionamentos do professor, tomou a iniciativa de produzir um novo registro, ao dizer: *Vou escrever*. Com isso, fez uma conversão do registro figural para o registro tabular (Figura 3).

Figura 3: Conversão de representação feita pelo E5 do grupo Vermelho



Fonte: Relatório do grupo Vermelho

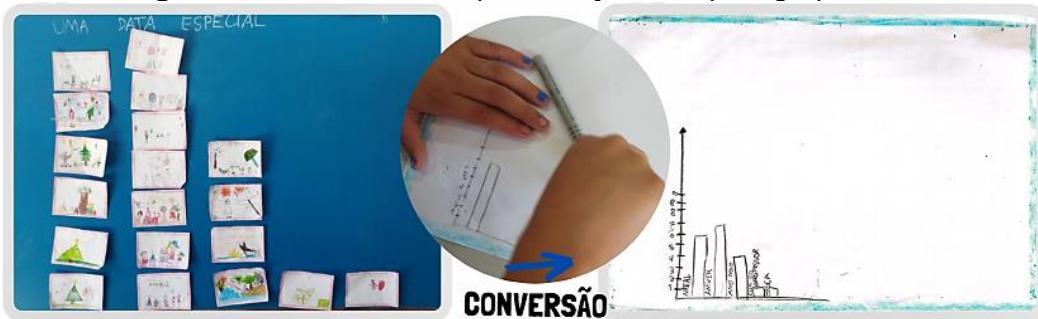
Ao realizar a conversão do registro figural para o registro tabular, ficou evidente a necessidade vislumbrada pelo E5 de estabelecer “[...] uma representação que complemente a primeira e que, assim, permita lançar novos olhares para o fenômeno” (Vertuan, 2021, p. 247). Por meio do registro tabular produzido, ficou evidente a frequência de cada data comemorativa dos alunos.

O grupo Amarelo também produziu um registro figural para representar a quantidade de estudantes que escolheram cada uma das datas comemorativas. Porém, ao invés de utilizar números para contabilizar a frequência das escolhas, associou cada desenho a uma representação, também em forma de figura, com o que os alunos chamaram de “carinha”, conforme diálogo a seguir:

- D: E aqui como vocês vão fazer?
E11: Com o nome da data.
D: Vão fazer o nome da data e como vão saber quantas pessoas escolheram essa data?
E12: Contando.
D: Contando? Contando o quê? Quem escolheu essas datas?
E13: O 1º ano.
E15: O 1º ano A! [diz olhando para o colega].
D: E como posso representar cada criança do 1º ano A?
E11: Posso fazer um desenho!
D: Isso! Quantas crianças escolheram o Natal?
E11 e E12: Seis!!
E14: Eu vou fazer carinha!!!

Os grupos Verde e Azul, por outro lado, optaram por representar os dados por meio de uma representação gráfica, utilizando gráficos de barras, conforme consta na Figura 4.

Figura 4: Conversão de representação feita pelo grupo Azul



Fonte: Relatório do grupo Azul

Nessa fase, com a mediação do professor, os estudantes criaram seus modelos, cada um à sua maneira, descrevendo a relação entre as variáveis do problema (Tortola; Almeida, 2016), no caso, quantidade de alunos que escolheram cada data comemorativa. Cada um dos formatos escolhidos, estavam em consonância “com a finalidade de descrever a situação, permitir a análise dos aspectos relevantes da situação, responder as perguntas formuladas sobre o problema a ser investigado” (Almeida, Silva e Vertuan, 2012, p.15).

Diante das interações com os grupos, diferentes modelos foram elaborados sob os quais, estabeleceram relações entre os desenhos feitos no início da atividade, a quantidade de vezes que a mesma data apareceu, verbalizar essas relações e representá-las em seus modelos configurando a fase de matematização. Ao criarem estratégias para transitar de uma linguagem a outra e utilizarem símbolos para realizar

as descrições matemáticas, os grupos conseguiram elaborar um modelo matemático que representasse a situação. Para English (2016, p. 187), “todos os alunos podem produzir um modelo que represente sua própria solução para um determinado problema”, resultando em “modelos de vários graus de sofisticação”.

Embora os modelos representassem com certa satisfatoriedade a situação, algumas “falhas” foram observadas em sua estruturação, como por exemplo uma “escala” ou tabulação para representar os dados ou ainda um indicativo do que se tratava a pesquisa. Nesse sentido, uma mediação seria necessária para o aprimoramento dos modelos elaborados, o que foi encaminhado no segundo dia.

Dia dois: Aprimorando os modelos elaborados no dia um

No segundo dia, a atividade foi retomada com os estudantes, recordando o tema e como os dados foram representados. Em seguida, os grupos foram reunidos e receberam de volta os modelos elaborados, além de uma malha quadriculada para auxiliar na retomada da resolução. Os modelos elaborados apresentavam algumas similaridades e os organizamos em modelos tabulares – grupos Vermelho e Amarelo –; modelos gráficos – grupos Verde e Azul. Nessa perspectiva separamos as análises em dois grupos para abordar essas representações.

Na análise dos modelos desenvolvidos pelos grupos Amarelo e Vermelho, foram identificadas algumas questões importantes a serem aprimoradas. Observou-se, por exemplo, a necessidade de organizar de forma mais clara e coerente a representação numérica dos dados, garantindo melhor compreensão por parte dos observadores. Também foi percebida certa inconsistência no uso dos símbolos adotados para representar as informações, o que poderia gerar dúvidas na interpretação dos resultados apresentados. Além desses aspectos, destacou-se ainda a ausência de um título que identificasse e contextualizasse a pesquisa realizada. Esses ajustes foram discutidos com os estudantes, a fim de promover uma reflexão sobre a importância da clareza e da organização na apresentação de dados.

Durante a mediação, foi necessário relembrar os estudantes o conceito de tabela e auxiliá-los na construção. Nesta abordagem, trazemos as seguintes transcrições:

Grupo Vermelho

D: Então o que esse numeral [indicando o numeral 6 a frente da data Natal] representa?

E6: Seis Natal.

D: Representa seis “Natal” ou seis crianças que desenharam o Natal?

E6: Seis crianças que desenharam o Natal!!!

D: Ah... Mas se alguém olhar para sua lista vai saber que é isso que está dizendo? Se chegar uma pessoa aqui e ler Natal 6, Aniversário 7, Ano novo 4, Dia do Professor 1, Páscoa 1 ela vai saber do que se trata? Para essa pessoa saber o que temos que fazer? O que essas palavras representam?

E7: São as datas comemorativas!

D: Muito bem! Mas são as datas comemorativas preferidas de quem? Onde foi feita essa pesquisa? São as datas preferidas de quem?
[...]

E6: O primeiro ano A.

D: Então essas são as datas preferidas de quem?

E6: Do primeiro ano A.

D: Então vamos escrever isso. Como vai ser então o título?

E6: Datas preferidas do primeiro ano A!

Grupo Amarelo

D: Nós já sabemos do que se trata a nossa pesquisa certo? Sobre o que é?

E11: As datas comemorativas preferidas do primeiro ano A.

D: Então aqui desse lado o que nós vamos escrever? O que são essas palavras?

E12: São as datas comemorativas!

D: Então nós podemos escrever desse lado da tabela. E do outro lado o que vai ficar?

E11 e E12: As carinhas!!!

D: Quantas carinhas estão representando o Natal?

E11: Um, dois, três, quatro, cinco, seis. Seis carinhas profe!

D: Então podemos escrever na frente de cada grupo de carinhas o numeral que representam?

E12: Dá sim prô!!!

Para o grupo Amarelo, o registro tabular produzido não apresentava um tratamento em que os dados poderiam ser observados e interpretados sem a necessidade de uma contagem. Neste contexto, o grupo realizou um tratamento no registro tabular, utilizando a malha quadriculada, seguindo as orientações do professor, conforme mostra as ações presentes na Figura 5.

Figura 5: Conversão e tratamento de representações feitas pelo grupo Amarelo



Fonte: Relatório do grupo Amarelo

Entendemos, assim como Duval (1999) que o registro tabular, permite a visualização dos dados de forma separada, preenchendo, explicitamente, a função cognitiva de identificação. O tratamento realizado pelo grupo de alunos, deixou explícita a quantidade de alunos que escolheu cada uma das datas comemorativas, de modo imediato, sem necessidade de contagem. Neste caso, foi empreendido “um processo de visualização e utilização de símbolos para a realização de descrições matemáticas” (Mendes; Robim; Pereira, 2016, p. 7).

Ao analisar os modelos dos grupos Verde e Azul, foram identificados ajustes necessários para torná-los mais coerentes e formais. O foco do aprimoramento do modelo do grupo Verde foi o tamanho das barras, que, ao comparar duas delas, foi observado que possuíam o mesmo tamanho, mas diferentes quantidades de divisões, ou seja, embora os estudantes tenham apresentado noções de base para a construção de um gráfico não seguiram uma escala; já ao analisarmos o modelo apresentado pelo grupo Azul, o ajuste concentrou-se na falta de um título que

representasse os dados. Essas mediações podem ser evidenciadas nos diálogos transcritos a seguir:

Grupo Verde

D: Para cada data vocês usaram uma barrinha certo? E cada barrinha tem uma quanti...

E1, E2, E3 e E4: dade.

D: Muito bem! O Natal aqui tem quantas?

E1: Um, dois, três, quatro, cinco, seis. Seis!

D: Seis. E aqui? O aniversário.

E2: Sete!!

D: Sete, perfeito. Mas olha só as duas estão do mesmo tamanho. Será que dá para ser do mesmo tamanho?

E3: Não.

D: Por que que não?

E2: Porque esse tem mais [apontando para a data Aniversário] e esse tem menos [apontando para a data Natal].

D: Qual data tem mais?

E3: Aniversário

O diálogo revelou que os estudantes do grupo Verde argumentaram sobre a necessidade de reestruturar seu modelo e compreenderam a importância de criar uma representação proporcional, mesmo sem conhecerem o conceito formal de escala. Um exemplo disso é a fala do estudante E2: *Porque esse tem mais* [apontando para a data Aniversário] e *esse tem menos* [apontando para a data Natal]. O tratamento realizado pelo grupo, permitiu “abrir um campo de operações específicas que permitem transformar as representações produzidas em novas representações” (Duval, 2011, p. 97), que resguardou a importância da escala para a compreensão e entendimento do comportamento do fenômeno: data comemorativa preferida da turma do 1º ano, conforme consta na Figura 6.

Figura 6: Conversão e tratamento de representações feitas pelo grupo Verde.



Fonte: Relatório do grupo Verde

No grupo Azul, todavia, a E17 precisou formular hipóteses (sobre o que é o gráfico e quem participou) e selecionar variáveis (considerando outras pessoas que não participaram da coleta dos dados) para, então, entender e indicar um título para o gráfico produzido, conforme excerto transscrito a seguir:

Grupo Azul

- D: Se alguém chega aqui e olha vai saber do que se trata esse gráfico?
E18: Vai.
D: As pessoas que não estavam aqui na sala ontem vão saber? Sobre o que é esse gráfico?
E19: Eu não sei, porque ontem eu faltéi.
D: Então para ela saber do que se trata o que precisaria estar escrito?
E17: Gráfico?!
D: Gráfico sobre o que?
E17: Sobre as datas comemorativas.
D: Datas comemorativas de quem?
E17: Dos alunos!?
D: Alunos de onde?
E17: Do primeiro ano A!

D: Então vamos escrever isso lá em cima [indicando o alto da folha].
Como vai ficar mesmo o título? Fala para mim.
E17: datas comemorativas preferida dos alunos do primeiro ano A.

Os questionamentos realizados nas mediações com os grupos foram essenciais para o encaminhamento matemático, transformando a linguagem natural em linguagem matemática, de forma a aprimorar os modelos de tal maneira que este fosse significativo não apenas para os envolvidos em sua construção, mas para todos que tivessem acesso a ele. Podemos aqui evidenciar que os modelos apresentados, em registros tabulares ou gráficos, configuraram a fase de resolução corroborando com Almeida, Silva e Vertuan (2012), visto que os modelos descreveram a situação levantada no problema inicial permitindo a análise dos dados coletados.

Dia três: Ampliando a pesquisa

No terceiro dia de atividade, os estudantes foram desafiados com uma nova situação-problema, proposta com o intuito de ampliar sua compreensão sobre os processos envolvidos em uma pesquisa. A questão apresentada foi: *Se quisermos saber qual é a data comemorativa preferida de todos os primeiros anos da escola, nossos dados seriam suficientes?* Essa indagação foi feita de forma coletiva, incentivando a participação de todos os alunos.

O objetivo principal desse questionamento foi verificar se as crianças compreendiam a necessidade de uma coleta de dados abrangente e bem planejada para que os resultados da pesquisa fossem representativos e confiáveis. Buscava-se, ainda, que os estudantes percebessem a limitação dos dados inicialmente obtidos apenas com a turma deles e compreendessem que, para alcançar conclusões válidas sobre o grupo maior — no caso, todos os primeiros anos da escola —, seria essencial ampliar o universo da pesquisa.

A proposta gerou um momento de discussão e troca de ideias entre os alunos, que começaram a levantar hipóteses, argumentar e refletir sobre a validade dos dados já coletados. Muitos reconheceram que, para responder à nova pergunta, seria necessário buscar informações com outras turmas, conforme transcrição a seguir.

D: Segunda-feira vocês fizeram um desenho. Que desenho foi esse?
Todos: As datas comemorativas que a gente mais gosta!!!
D: Essa pesquisa foi feita onde?

E1: Aqui na escola!!!
D: Mas em que lugar da escola? Na escola toda?
E2: Na sala!!!
D: Qual sala?
Todos: No 1º ano A!!!
D: E se nós quisermos saber qual a data preferida de todos os primeiros anos da escola? O que nós temos que fazer? Será que dá para saber só olhando para a pesquisa do 1º ano A?
E3: Aniversário, porque ele é muito!
D: Mas será que se perguntarmos para os outros primeiros anos o Aniversário ainda será o que vai ter mais votos?
E4: Não!
D: Por que não?
E5: Porque depende se os outros também gostam do Aniversário.
D: E para sabermos se eles gostam ou não do Aniversário o que temos que fazer?
E6: Perguntar para eles.
[...]
D: Aqui na nossa sala quando terminamos a pesquisa quantas datas apareceram?
Todos: Cinco!!! Cinco!!!
D: Quais foram elas?
Todos: Natal, Aniversário, Ano Novo, Dia do Professor e Páscoa.
D: Será que nas outras salas quando fizermos a pesquisa vai aparecer só cinco ou será que podem aparecer outras?
E7: Vai aparecer mais!!!
D: Por que vai aparecer mais?
E7: Porque tem mais gente!
D: Isso, tem mais pessoas. E além de mais pessoas?
E8: Tem outras datas!
D: Quais datas além do que nós votamos existem?
Todos: São João! Dia das Mães! Dia dos Pais! Dia dos Avós! Dia das mulheres! Dia das Crianças...

Após a realização da discussão em sala de aula, com a mediação do professor e a participação dos estudantes, cada grupo foi orientado a escolher um representante. Assim, uma criança de cada grupo foi selecionada para desempenhar uma função no desenvolvimento da atividade: elaborar uma ficha contendo as datas comemorativas que haviam sido mencionadas na primeira etapa da coleta de dados, realizada anteriormente com a turma.

Durante esse momento, além de registrarem as datas já identificadas, os estudantes também foram incentivados a refletir sobre outras datas comemorativas que poderiam ser do interesse de colegas de outras turmas. Com base nessa reflexão, eles adicionaram à ficha novas sugestões de datas que julgavam ser relevantes ou populares entre os demais estudantes.

Com as fichas em mãos, os representantes se dirigiram às demais turmas do primeiro ano da escola para aplicar a pesquisa, promovendo a interação entre diferentes grupos e ampliando o universo de dados a ser analisado. Essa etapa contribuiu para fortalecer o senso de responsabilidade em relação à pesquisa e coleta de dados, além de proporcionar uma vivência prática do processo de investigação e organização de informações.

Na Figura 7 são apresentados os momentos de produção das fichas para a coleta de dados, a interação com outras turmas do 1º ano da escola e os registros da produção pelos representantes dos grupos.

Figura 7: Produção das fichas e coleta de dados nas outras turmas



Fonte: Arquivo do professor

Após a coleta dos dados, as crianças apresentaram as informações aos colegas e ao professor, compartilhando os resultados da pesquisa realizada nas demais turmas do primeiro ano. Essas informações, registradas nas fichas (Figura 8), foram disponibilizadas para serem incorporadas aos modelos anteriormente construídos, contribuindo para a ampliação e o aprimoramento da pesquisa.

Com os dados, o professor organizou uma tabela na lousa, registrando todas as informações coletadas com relação às turmas B e C (Figura 9). As mediações realizadas até esse momento foram intencionalmente planejadas pelo professor como estratégias para favorecer a interação dos estudantes e o acesso a informações suficientes para compreender, refletir e tomar decisões fundamentadas em relação aos dados coletados. Como destacam Almeida, Silva e Vertuan (2012), “o professor visa cercar o aluno de informações sobre a situação em estudo”, possibilitando que os alunos construam significados a partir dos dados, ampliando sua compreensão

sobre o fenômeno investigado. Além disso, essas intervenções foram fundamentais não apenas para apoiar o desenvolvimento da atividade, mas também para estimular a argumentação, a reflexão crítica e o fortalecimento da autonomia dos estudantes na construção de seus modelos matemáticos.

Figura 8: Resultado dos dados coletados nas outras turmas

The figure consists of four separate tables, each with a green border and handwritten text.
 1. The first table is titled 'NATAL' (Christmas) and has columns for 'DIA' (Day) and 'Nº' (Number). It contains three entries: 'DIA DAS MÃES' (Mother's Day) with a count of 1, 'DIA DAS AVÓS' (Grandparents' Day) with a count of 1, and 'DIA DAS CRIANÇAS' (Children's Day) with a count of 1.
 2. The second table is titled 'OUTER NOVEMBRE' (November) and has columns for 'dia das pais' (Day of Parents) and 'nº' (Number). It contains one entry: 'dia das avós' (Grandparents' Day) with a count of 1.
 3. The third table is titled 'PASCOA' (Easter) and has columns for 'DIA DOS PROFESSOR' (Day of Teachers), 'DIA DAS CRIANÇAS' (Children's Day), and 'DIA DAS MÃES' (Mother's Day). It contains three entries: 'DIA DOS PROFESSOR' with a count of 2, 'DIA DAS CRIANÇAS' with a count of 1, and 'DIA DAS MÃES' with a count of 1.
 4. The fourth table is titled 'HALLOWEEN' and has columns for 'DIA DAS AVÓS' (Grandparents' Day) and 'nº' (Number). It contains one entry: 'DIA DAS AVÓS' with a count of 1.

Fonte: Arquivo do professor

Figura 9: Organização dos dados feita com a mediação do professor



Fonte: Arquivo do professor

Finalizada essa etapa, o professor devolveu a cada grupo os modelos produzidos no segundo dia, juntamente com uma nova malha quadriculada, solicitando que registrassem as informações atualizadas. Com isso, os alunos tiveram acesso às informações coletadas com a turma do 1º ano A para, então acrescentar

os dados produzidos com as turmas de 1º ano B e 1º ano C. Esse momento proporcionou aos alunos uma nova oportunidade de reorganizar, interpretar e aprimorar suas representações.

Para produzir o registro tabular, agora considerando os dados de todas as turmas, os alunos do grupo Vermelho mobilizaram outros conhecimentos matemáticos, como a adição (Figura 10). Ao realizar essas adições, para acrescentar os dados das turmas B e C à turma do 1º ano A, os estudantes desenvolveram uma atividade cognitiva de tratamento, que, segundo Duval (2008, p. 16), consiste em promover “transformações de representações dentro de um mesmo registro”, ao “efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou de representação”.

Figura 10: Modelo do grupo Vermelho

The figure consists of two tables side-by-side, connected by a red arrow pointing from the left table to the right one, with the word "TRATAMENTO" written above the arrow.

Left Table (Initial Data):

DATA	PRECIPITADAS DO MUNDO A QUANTIDADE
NATAL	x 6
ANIVERSÁRIO	x 7
ANO NOVO	x 4
DIA DO PROFESSOR	x 1
PASCOA	x 1

Right Table (Treated Data):

DATA	QUANTIDADE DOS 1º ANOS
NATAL	6+11=10
PASCOA	4+13=14
ANIVERSÁRIO	7+11=18
DIA DAS CRIANÇAS	0+4=4
DIA MÃES	0+4=4
DIA DOS PÃES	0+4=4
ANO NOVO	0+10=10
DIA DO PROFESSOR	0+10=10
DIA DA PRIMAVERA	0+10=10
DIA DOS AVOS	0+10=10
Halloween	0+10=10
DIA MULHER	0+10=10

Fonte: Relatório do grupo Vermelho

O professor, para compreender as produções dos estudantes fez alguns questionamentos, conforme excerto transcreto a seguir:

D: Ontem na tabela que vocês fizeram quantas pessoas gostavam do Natal?

E6 e E7: Seis!

D: Mais na tabela de hoje vocês colocaram assim: 6 + 4. Por que esse mais quatro?

E6: Porque tem as outras salas que gostou também!

[...]

D: Então quantas pessoas no total gostam do Natal?

E6 e E7: Dez !!!

D: Mas aqui embaixo, no Dia da Primavera vocês colocaram zero [indicando o primeiro zero da sentença 0+0], por quê?

E7: Porque ninguém gostou.

D: Então ninguém votou na Primavera na nossa sala?

E6: É.

D: Mas e esse mais zero [indicando a segunda parte da sentença $0+0$] esse outro zero aqui é da onde?

E6: É das outras salas.

D: Então das outras salas ninguém votou na Primavera?

E6 e E7: Não.

D: Então zero mais zero deu quanto?

E6 e E7: Zero !!!

A conversão entre o registro tabular para o registro em língua natural mobilizada pelos questionamentos dos professores para esclarecimentos dos registros pelos alunos, em certa medida, promoveu a diversidade de representações. De acordo com Duval (2008), essa diversidade de representações para um objeto matemático que possibilita a aprendizagem desse objeto, no caso a organização os dados. A cada conversão realizada, o sujeito tem a possibilidade de acessar diferentes aspectos dos objetos representados, favorecendo a compreensão.

De forma análoga, o grupo Amarelo também realizou uma atividade cognitiva de tratamento ao adicionar em seu modelo as ‘carinhas’, que representavam os novos dados, aos que já haviam sido registrados anteriormente, como ilustrado na Figura 11.

Figura 11: Modelo do grupo Amarelo



Fonte: Relatório do grupo Amarelo

Segundo Duval (2012, p. 282), a “compreensão (integral) de um conteúdo conceptual repousa sobre a coordenação de ao menos dois registros de representação, e esta coordenação se manifesta pela rapidez e a espontaneidade da atividade cognitiva de conversão”. Essa conversão — da língua natural para a representação figural, realizada no primeiro dia, e da representação figural para a tabular, no segundo dia — possibilitou que os estudantes do grupo Amarelo

realizassem a coordenação, explicitando as decisões tomadas a partir dessa nova representação, como se observa no trecho a seguir.

D: Ontem vocês fizeram essa tabela e desenharam só um pouquinho de “carinhas”. Por que esta tem um monte de rostinhos?

E11: Porque os outros primeiros anos também fizeram.

D: Certo, então aumentou o número de “carinhas”. Por que aumentou o número de “carinhas”?

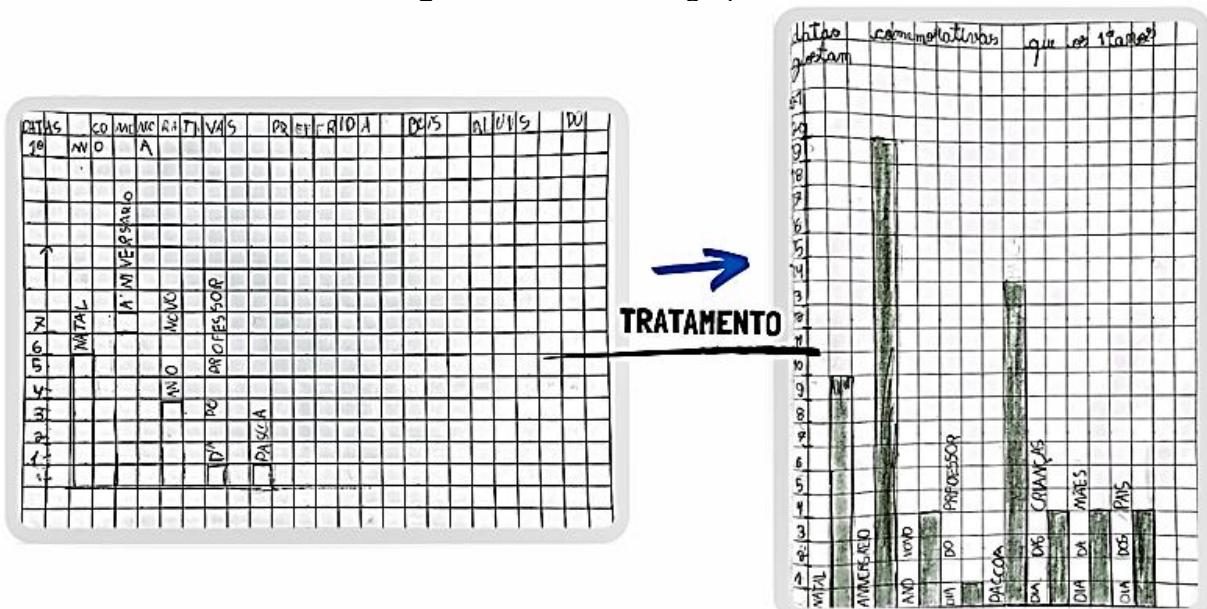
E12: Porque os outros primeiros anos também escolheram igual a gente.

D: Qual dessas datas na tabela de vocês teve mais votos?

E13: Aniversário!!! [apontando com o dedo]

Os grupos Verde e Azul que produziram um modelo gráfico, também conseguiram ampliar a pesquisa a partir de seus modelos adicionando os resultados na nova coleta de dados aos registros anteriores como pode ser observado na Figura 12.

Figura 12: Modelo do grupo azul



Fonte: Arquivo do professor

De modo geral, os grupos conseguiram, por meio de seus modelos, produzir os dados da pesquisa e argumentar de forma consciente as decisões tomadas, conforme excerto a seguir, extraído do diálogo com o grupo Verde:

D: Ontem vocês desenharam pro pró cinco barrinhas. Uma para o Natal, uma para o Aniversário, uma para o Ano novo, um para o Dia

do Professor e uma para a Páscoa. Hoje vocês desenharam mais por quê?

E1: Porque os primeiros anos escolheram.

D: Quais primeiros anos escolheram essas outras datas que vocês representaram?

E1 e E2: O B e o C.

[...]

D: Ontem na barrinha que representa o Natal vocês marcaram que havia seis votos mas hoje vocês marcaram dez. Por que que deu dez?

E2: Porque mais crianças escolheram.

D: Quais crianças?

E1: As crianças do primeiro B e do Primeiro C.

D: Então as crianças do primeiro ano B e C deram dez votos?

E2: Não!!! A gente teve que juntar todos os votos para dar dez!

Nesse terceiro dia, os grupos não apenas ampliaram sua pesquisa utilizando os modelos construídos, como também justificaram verbalmente os resultados obtidos. Quando o professor questionou, de maneira propositalmente equivocada, “*Então as crianças do primeiro ano B e C deram dez votos?*”, o estudante E2 prontamente identificou o erro e explicou como foi feita a associação do numeral dez à data comemorativa, mostrando consciência sobre sua representação.

Esse diálogo evidenciou que o grupo realizou uma análise dos dados, refletindo sobre a resposta ao problema, em um processo avaliativo que validou tanto a representação matemática quanto sua adequação à situação.

Destaca-se, ainda, a importância do uso dos registros intermediários, chamados de registros de representação auxiliares de transição. Esses registros se configuram como intermediários por estarem situados entre o registro de partida — geralmente enunciados em língua natural — e o registro de chegada — uma expressão numérica. São considerados auxiliares por desempenharem o papel de auxiliar a conversão de uma forma de registro para outra, e de transição, pois, uma vez cumprida sua função de tornar compreensíveis registros menos transparentes, podem ser substituídos por representações mais sintéticas e econômicas. Na prática, os modelos construídos pelos estudantes, como o uso de desenhos, barrinhas e símbolos (as ‘carinhas’), desempenharam esse papel, funcionando como apoio cognitivo essencial para a transição entre a linguagem natural e a representação matemática formal.

Considerações finais

O desenvolvimento da atividade de modelagem matemática com a turma do 1º ano do Ensino Fundamental possibilitou evidenciar que, mesmo em uma etapa inicial da escolarização, os alunos são produziram registros de representação semiótica. Por meio dos resultados evidenciamos que, ao serem desafiados a organizar, representar e tratar dados a partir da temática das datas comemorativas, os estudantes mobilizaram diferentes registros de representação — língua natural, representação figural, tabular, gráfica e numérica —, percorrendo, de forma progressiva, as fases de interação, matematização, resolução, interpretação e validação, conforme proposto por Almeida, Silva e Vertuan (2012).

A mediação docente foi essencial para que os alunos transitassem entre os registros, especialmente por meio do uso dos registros intermediários, denominados por Duval (2008) como registros de representação auxiliares de transição. Esses registros — como desenhos, tabelas simplificadas, gráficos com símbolos e representações com “carinhas” — cumpriram papel fundamental no apoio cognitivo dos estudantes, permitindo que passassem de descrições em língua natural para representações matemáticas mais formais, como tabelas e gráficos de barras.

Ao longo da atividade, observou-se que os alunos não apenas realizaram atividades cognitivas de tratamento, como adições e organização dos dados dentro de um mesmo registro, mas também realizaram atividades de conversão, transitando entre diferentes sistemas de representação — por exemplo, da linguagem oral para o desenho, do desenho para a tabela e, posteriormente, para gráficos. Como destaca Duval (2012), a compreensão integral de um conceito matemático depende da capacidade de coordenar ao menos dois registros de representação. Isso ficou evidente quando os alunos, ao ampliarem a pesquisa para outras turmas, compreenderam a necessidade de agregar os novos dados, reinterpretar seus modelos e justificar suas escolhas e representações.

Para trazer reflexões à questão de pesquisa — *Como alunos de uma turma de 1º ano do Ensino Fundamental produzem registros de representação semiótica no desenvolvimento de uma atividade de modelagem matemática?* —, concluímos que a produção ocorreu de forma dinâmica, mediada, intencional e situada no contexto da atividade. As crianças mobilizaram, construíram e converteram registros, revelando que, desde os primeiros anos escolares, são capazes de se engajar em processos de

matematização que envolveram a construção de conhecimentos por meio de diferentes representações.

A articulação entre a modelagem matemática e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica pode se configurar como uma estratégia para favorecer o desenvolvimento cognitivo nos anos iniciais. Além disso, evidenciamos que práticas que consideram os registros intermediários e transitórios são fundamentais para sustentar as aprendizagens, especialmente quando se trabalha com crianças em processo de alfabetização matemática.

Por fim, a experiência aqui relatada aponta para a importância de que propostas de modelagem matemática estejam cada vez mais presentes no cotidiano das práticas pedagógicas dos anos iniciais, considerando que proporcionam, além do desenvolvimento de conhecimentos matemáticos, a abordagem de habilidades cognitivas como argumentação, análise crítica e construção de sentido sobre os fenômenos que as cercam. Isso abre possibilidades para pesquisas que aprofundem como se dá o desenvolvimento da alfabetização matemática a partir de propostas que articulem diferentes registros.

Referências

- ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.
- ALMEIDA, L. M. W; TORTOLA, E. Modelagem Matemática no Ensino Fundamental: a linguagem de alunos como foco de análise. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 7, n. 1, p. 111-142, 2014.
- ALSINA, A.; TOALONGO-GUAMBA, X.; TRELLES-ZAMBRANO, C.; SALGADO, M. Developing early mathematical modelling skills in the early ages: a comparative analysis at 3 and 5 years. **Quadrante**, v. 30, n. 1, p. 74-93, 2021.
- BISOGNIN, E.; BISOGNIN, V. Análise de modelos matemáticos: contribuições dos registros de representação semiótica. In: ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P.; VERONEZ, M. R. D. **Elementos semióticos em atividades de modelagem matemática**. São Paulo: Livraria da Física, p. 149-164, 2021.
- BLUM, W.; FERRI, R. B. Advancing the teaching of mathematical modeling: Research based concepts and examples. In: HIRSCH, C. (ed.). **Annual perspectives in mathematics educations**: Mathematical Modeling Mathematics
- New York: NCTM, 2016, p. 65-76.

BORBA, M. C.; ALMEIDA, H. R. F. L.; GRACIAS, T. A. S. **Pesquisa em ensino e sala de aula**: diferentes vozes em uma investigação. Belo Horizonte: Autêntica, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

DUVAL, R. Eight problems for a semiotic approach in mathematics education In. RADFORD, L.; SCHUBRING, G.; SEEGER, F. **Semiotics in mathematics education**: epistemology, history, classroom, and culture. Rotterdam: Sense Publishers, 2008. p. 39-61.

DUVAL, R. **L'analyse cognitive du fonctionnement de la pensée et de l'activité mathématique**: courssur les apprentissages intellectuels donné à la PUC-SP. São Paulo: PEPGEM/PUC-SP, 1999.

DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. A. (Org.). **Aprendizagem em matemática**: registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, 2003.

DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano**: registros semióticos e aprendizagens intelectuais. Tradução de Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

DUVAL, R. **Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales**. Tradução de Myriam Vega Restrepo. Colômbia: Universidad del Valle, Instituto de Educación y Pedagogía, Grupo de Educación Matemática, 2004.

DUVAL, R. **Ver e ensinar matemática de outra forma**: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas. São Paulo: PROEM, 2011.

ENGLISH, L. D. Developing early foundations through modeling with data. In: HIRSCH, C. (ed.). **Annual perspectives in mathematics educations**: Mathematical Modeling Mathematics. New York: NCTM, 2016. p. 187-195.

ENGLISH, L. D.; WATTERS, J. J. Mathematical Modelling with young children. In: HØINES, J.; FUGLESTAD, A. B. (Eds.). **The 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**. Bergen, v. 2, 2004. p. 335-342.

GOMES, G. F.; SILVA, K. A. P. Atividade de Modelagem Matemática sobre a Compra de Brinquedos com Alunos do 1º Ano do Ensino Fundamental. **Educação Matemática em Revista**, v. 29, n. 83, p. 1-15, 2024.

GOMES, J. C. S. P.; SILVA, K. A. P.; NUNOMURA, A. R. T. Registros de representação semiótica nos anos iniciais do ensino fundamental: análise de uma atividade de modelagem matemática. **Criar Educação Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação UNESC**, v. 12, p. 189-210, 2023.

MENDES, T. F.; ROBIM, B. N. P. A. S.; PEREIRA, R. S. G. Modelagem matemática e pensamento algébrico: explorando algumas situações. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 12, 2016, São Paulo. **Anais...** São Paulo: SBEM-SP, 2016.

MUTTI, G. S. L.; MATIOLI, C. E. R.; KLÜBER, T. E. Modelagem Matemática e a Teoria dos Registros de Representação Semiótica: Uma análise a partir dos artigos publicados na conferência Nacional sobre Modelagem na educação Matemática. **Revista Dynamis** [S.I.], v. 24, p. 21- 42, nov. 2018.

NUNOMURA, A. R. T. **Modelagem matemática nos anos iniciais do ensino fundamental:** um olhar para os registros de representação semiótica. 2021. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2021.

SILVA, K. A. P.; GOMES, G. F. Raciocínio diagramático mobilizado por alunos do 1º ano do Ensino Fundamental em uma atividade de modelagem matemática. **Bolema**, v. 38, p. 1-25, 2024.

TORTOLA, E. **Configurações de Modelagem Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental.** 2016. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2016.

TORTOLA, E.; ALMEIDA, L. M. W. Um olhar sobre os usos da linguagem por alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental em atividades de Modelagem Matemática. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 5, n. 8, p. 83-105, 2016.

VERONEZ, M. R. D.; SANTOS, T. F. Atribuição de significado em modelagem matemática nos anos iniciais: uma interpretação semiótica acerca dos objetos matemáticos. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 25, n. 1, p. 167-199, 2023.

VERTUAN, R. E. Articulações entre o fenômeno investigado em modelagem matemática e a atividade cognitiva de conversão. In: ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P.; VERONEZ, M. R. D. **Elementos semióticos em atividades de modelagem matemática.** São Paulo: Livraria da Física, p. 241-258, 2021.