



Edição Especial

III Congresso Internacional de Ensino - CONIEN
Universidade do Minho - Braga, Portugal, 2024

PROPOSTAS PARA O ENSINO DE TRIGONOMETRIA EM PRODUÇÕES ACADÊMICAS DO ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (2013 – 2022)

*PROPOSALS FOR TEACHING TRIGONOMETRY IN ACADEMIC PRODUCTIONS
AT THE NATIONAL MEETING OF MATHEMATICAL EDUCATION (2013 – 2022)*

Pedro Henrique Rastelli Monteiro¹
Wellington Piveta Oliveira²
Laís Maria Costa Pires de Oliveira³
Wilian Barbosa Travassos⁴

Resumo

Esta pesquisa aborda a pluralidade do ensino da Matemática, com foco especial nos conceitos trigonométricos. Argumenta-se que lacunas no entendimento prévio de noções geométricas e trigonométricas prejudicam a aprendizagem de conceitos, impactando o aprendizado em Trigonometria. Diversos fatores são apontados como condicionantes desse aprendizado, incluindo as propostas de ensino, foco desta pesquisa. Nesta direção, este estudo explora propostas para o ensino de Trigonometria, assumindo a questão: “Que propostas para o ensino de Trigonometria surgem em produções acadêmicas do Encontro Nacional de Educação Matemática (2013 – 2022)?”. Analisando as produções apresentadas e publicadas em edições do Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) nos últimos 10 anos, a metodologia adotada foi qualitativa, caracterizada como estado do conhecimento, apoiando-se no Método de Leitura Crítica. Como resultados, destacam-se propostas variadas para o ensino de Trigonometria, entre elas, a Investigação Matemática, o uso de História da Matemática, a Resolução de Problemas, a Sala de Aula Invertida, o emprego de Tecnologias (Digitais) envolvendo *softwares* matemáticos, o uso do Lúdico e de Materiais Manipuláveis. De modo geral, a pesquisa sugere que essas

¹ Secretaria Estadual de Educação do Estado do Paraná - SEED/PR.

² Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, UFMS - Campus do Pantanal.

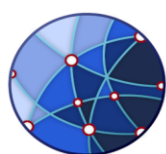
³ Universidade Estadual do Paraná, UNESPAR - Campus de Paranavaí.

⁴ Universidade Estadual do Paraná, UNESPAR - Campus de Paranavaí.

REPPE: Revista do Programa de Pós-Graduação em Ensino

Universidade Estadual do Norte do Paraná, Cornélio Procópio (PR), v. 8, n. 2, p. 114-139, 2024

ISSN: 2526-9542



III CONIEN
Congresso Internacional de Ensino
PESQUISAS NA ÁREA DE ENSINO:
IMPACTOS, COOPERAÇÕES E VISIBILIDADE

DE 4 A 6 DE SETEMBRO
BRAGA - PORTUGAL



diferentes propostas podem enriquecer o aprendizado ao evidenciar recursos para tornar o ensino de Trigonometria mais dinâmico e compreensível aos estudantes. Baseando-se nas últimas edições do ENEM, tais propostas trazem para o ensino de Trigonometria auxílio aos (futuros) professores para ressignificarem os modos pelos quais a seus conceitos podem ser ensinados numa perspectiva mais contemporânea de Educação.

Palavras chave: Trigonometria; Educação Matemática; Metodologias Ativas.

Abstract

This research addresses the plurality in the teaching of Mathematics, with a special focus on trigonometric concepts. It is argued that gaps in the prior understanding of geometric and trigonometric notions hinder the learning of concepts, thereby impacting the overall comprehension of Trigonometry. Several factors are identified as determinants of this learning process, including the proposed teaching methods, which are the focus of this study. In this direction, the study explores proposals for teaching Trigonometry, addressing the question: “What proposals for teaching Trigonometry emerge in academic productions from the National Meeting on Mathematics Education (2013 – 2022)?” By analyzing the works presented and published in the National Meeting on Mathematics Education (ENEM) over the past 10 years, the adopted methodology was qualitative, characterized as a state-of-the-art review, supported by the Critical Reading Method. The results highlight various proposals for teaching Trigonometry, including Mathematical Investigation, the use of the History of Mathematics, Problem Solving, the Flipped Classroom, the use of (Digital) Technologies involving mathematical software, and the use of Playful and Manipulative Materials. In general, the research suggests that these different proposals can enrich learning by highlighting resources to make the teaching of Trigonometry more dynamic and comprehensible to students. Based on recent editions of ENEM, these proposals assist (future) teachers in reinterpreting the ways in which trigonometric concepts can be taught from a more contemporary educational perspective.

Keywords: Trigonometry; Mathematics Education; Active Methodologies.

Introdução

A Matemática desempenha um papel importante na formação dos indivíduos, pois possibilita uma transformação social quando utilizada como instrumento de compreensão da realidade. Contudo, o ensino e a aprendizagem dela enquanto disciplina se tornam desafiadores para estudantes e professores, principalmente, no que se refere a conceitos trigonométricos.

Esse argumento se apoia na necessidade de estudos prévios ou mobilização sobre algumas noções geométricas e trigonométricas a respeito de ângulos, triângulos, semelhança e congruência, arcos e circunferência, o que pode conduzir os estudantes a interpretações limitadas e até mesmo errôneas acerca desses conceitos,

comprometendo a assimilação daqueles relacionados à Trigonometria (Sousa; Farias, 2022).

Partimos do pressuposto de que são vários os condicionantes que interferem nessas dificuldades e que podem estar relacionados à abordagem proposta pelo professor (metodologias e práticas pedagógicas), ao aluno (desinteresse pela disciplina), à escola (por não apresentar projetos que estimulem o aprendizado do aluno ou porque as condições físicas são insuficientes) ou à família (por não dar suporte e/ou não ter condições de ajudar o aluno), além de outras variáveis (Pacheco; Andreis, 2018). Nesse cenário, a Trigonometria é um dos tópicos a ser ensinado e aprendido.

Em geral, a Trigonometria tem sido abordada como um conjunto de fórmulas sem conexões com outras áreas do saber, com a própria Matemática e, conseqüentemente, com a realidade do aprendiz. Desse modo, são poucas as oportunidades de contribuição para a interpretação dos saberes, isto é, através de valores prontos e tabelados tendo uma limitação dos saberes, sem a perspicácia de demonstrá-los (Sousa; Farias, 2022).

Conforme constataram Sousa e Farias (2022), ao longo dos anos, as metodologias utilizadas no ensino da Trigonometria têm sido fundamentadas na transmissão massiva de conhecimentos, de forma mecânica e superficial. Esforçando-se para lidar com as lacunas no ensino e aprendizagem de conteúdos específicos, como os de Trigonometria, práticas e pesquisas têm sido compartilhadas em eventos científicos, divulgando e sugerindo propostas de ensino que sejam favorecedoras de aprendizagem Matemática.

Na tentativa de conhecer e mapear essas propostas, este trabalho tem como objetivo explorar, nas produções publicadas nas últimas edições do Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), as propostas para o ensino de Trigonometria e, tecer algumas reflexões que podem auxiliar (futuros) professores a ressignificarem os modos pelos quais a Trigonometria é ou pode ser ensinada numa perspectiva mais contemporânea de Educação.

A seguir, apresentamos o modo pelo qual desenvolvemos esta investigação, na seqüência os resultados deste estudo e, por fim, algumas reflexões oportunizadas pela pesquisa.

Encaminhamentos metodológicos

Como assumimos a seguinte interrogação de pesquisa: **“Que propostas para o ensino de Trigonometria surgem em produções acadêmicas do Encontro Nacional de Educação Matemática (2013 – 2022)?”**, compreendemos que este estudo está alinhado à pesquisa qualitativa, classificada como estado do conhecimento.

Entre as diferentes definições, conceituamos pesquisa qualitativa “[...] como sendo um processo de reflexões e análise da realidade através da utilização de métodos e técnicas para compreensão detalhada do objeto de estudo em seu contexto histórico e/ou segundo sua estrutura” (Oliveira, 2007, p. 37-38). Esse processo implica em estudos segundo a literatura pertinente ao tema, observações, aplicações de questionários, entrevistas e análises de dados, que devem ser apresentados de forma descritiva, analítica e reflexiva.

Nessa direção é importante que o pesquisador tenha a clareza quanto à necessidade de se aprofundar em estudos que o permita diagnosticar, em profundidade, a realidade a ser pesquisada, isto é, que se tenha clareza quanto ao objeto de pesquisa, quanto ao tema estudado e as articulações com o contexto em que está situado.

Entre os diferentes tipos de pesquisa qualitativa, consideramos esta como sendo do tipo estado do conhecimento. Pesquisas dessa natureza, diferente das consideradas estados da arte, consistem na identificação, registros e categorização que levem à reflexão e síntese sobre a produção científica de uma determinada área, em um determinado espaço de tempo, congregando periódicos, teses, dissertações e livros sobre uma temática específica. Em outras palavras, o estado do conhecimento é um processo mais restrito, definindo-o como um estudo que considera uma fração das publicações sobre um determinado tema (Silva; Souza; Vasconcellos, 2020).

Compreendemos que voltar nossos olhares para as produções que versam sobre ensino de Trigonometria pode ser uma tentativa de oportunizar reflexões às lacunas que o ensino básico acaba promovendo e ajustar os objetivos às especificações dos variados campos de investigação, fortalecendo a contextualização, a problematização e a exploração de desafios e orientações de abordagens futuras para o ensino de Trigonometria favorecido, nesse caso, pela

pesquisa do tipo estado do conhecimento (Silva; Souza; Vasconcellos, 2020). Além disso, por meio da análise de pesquisas, pode-se trazer à baila modos pelos quais esse conteúdo, presente no currículo da Educação Básica, tem sido abordado nos contextos das aulas de Matemática.

Entendemos que são diversas as produções que abordam a Trigonometria, as quais podemos ter acesso por meio de dissertações, artigos em periódicos, produções publicadas em eventos realizados em relação à Matemática. Contudo, para esta pesquisa, nos voltamos aos anais do ENEM. Desde a década de 1980, diversos grupos constituídos por professores, estudantes e pesquisadores de todo o país, preocupados com questões referentes ao ensino e à aprendizagem da Matemática, promoveram debates e discussões que culminaram no movimento Educação Matemática. Essa preocupação desencadeou a organização do primeiro ENEM, em 1987, ocorrido na cidade de São Paulo – SP.

No ano seguinte, no Estado do Paraná, nas dependências da Universidade Estadual de Maringá – UEM, foi realizada a segunda edição do evento. Naquela ocasião foi fundada a Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM e, desde então, as edições do ENEM passaram a ser realizadas de forma trienal nos diferentes estados da federação brasileira.

A proposta do evento é colocar em discussão as novas temáticas e tendências abarcadas pela Educação Matemática, seja como campo profissional ou de pesquisa. A cada edição do encontro é constatado o interesse pelas discussões sobre a Educação Matemática, seus fazeres múltiplos e complexos, as tendências metodológicas que dão sustentação ao campo de pesquisa, as diferentes perspectivas sobre o que é ensinar e aprender Matemática, bem como as dimensões que envolvem esses processos.

Esses argumentos que revelam a força e importância do ENEM para a comunidade brasileira de educadores matemáticos, assim como justificam as nossas escolhas em empreender um olhar analítico para os últimos 10 anos da realização do evento, especificamente, nos debruçando sobre as produções publicadas pelas edições, XI, XII, XIII, e XIV, evidenciando assuntos a respeito de Trigonometria. Este recorte temporal se justifica por mudanças observadas em contextos de ensino envolvendo a Educação Matemática na última década, dentre elas, demandas decorrentes de políticas públicas e de documentos normativos vigentes, alterações na

organização e na estrutura das aulas de matemática, aprofundamento e ampliação de pesquisas com foco em formas de ensinar e de aprender matemática.

Para a investigação do tema escolhido, foram consideradas 36 produções publicadas no ENEM no período de 2013 a 2022, abordando o tema “Trigonometria”. A escolha dessas produções se deu a partir da busca nos sites das edições do evento, especificamente, nos anais dos últimos 10 anos, as produções cuja expressão “Trigonometria” apareceu no título.

Selecionados os trabalhos que convergiam para o objetivo desta pesquisa, todos os textos foram organizados (Quadro 1) por edições, título/modalidade, autores, instituições e código, que elaboramos para identificar a produção no momento de análise. Os trabalhos codificados por CC são referentes à Comunicação Científica e RE são referentes a Relatos de Experiências.

Quadro 1: Produções publicadas nas edições XI, XII, XIII e XIV do ENEM que abordaram o tema Trigonometria

EDIÇÃO	TÍTULO/MODALIDADE	AUTOR(ES)	INSTITUIÇÃO	CÓDIGO
XI	APRENDENDO AS RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO COM ATIVIDADES PRÁTICAS	NUNES, L. F.	UNIBAN	CC01
	BARALHO TRIGONOMÉTRICO E A ESCRITA NA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA: UMA ESPERIÊNCIA EM GRUPO	LIMA, R. J. T. de; FREITAS, M. T. M.	UFU	CC02
	COORDENADAS POLARES NO ENSINO MÉDIO: CONTRIBUIÇÕES PARA O ENSINO E A APRENDIZAGEM DE TRIGONOMETRIA E NÚMEROS COMPLEXOS	FONTES, C. A MUNIZ, R. S. S.	IFF	CC03
	CORRIDA NO CICLO TRIGONOMÉTRICO: REFLEXÕES DE UMA PROFESSORA EM FORMAÇÃO NO DESENVOLVIMENTO DO JOGO	ODORICO, E. K. JÚNIOR, J. C. S.	INIFAL	CC04
	O USO DO PROGRAMA SUPERLOGO 3.0 NA APRENDIZAGEM DE TRIGONOMETRIA: A CONSTRUÇÃO DE BANDEIRAS	BARCHINSKI, K. C. LEITE, D. F. SILVA, S. R. da; LEITE, L. B.	UFRGS	CC05
	QUADRO TRIGONOMÉTRICO: UMA FERRAMENTA PARA O ESTUDO DAS FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS	DRABACH, A. L. M.	EDITORA PASON EDUCATION DO BRASIL	CC06
	RECURSOS DIDÁTICOS PARA O ENSINO DE RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS	GÓES, A. R. T. GÓES, H. C.	UFPR; FAE	CC07

	TRIGONOMETRIA: UM OLHAR COM A PESQUISA E A SALA DE AULA	NASCIMENTO, M. A.	UEPB	CC08
	TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO: O ALUNO COMO PROTAGONISTA NA CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO	REIS, L. A. C. ALLEVATO, N. S. G.	IFSP; UNICSUL	CC09
	UMA ANÁLISE DE ERROS NAS RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO RETÂNGULO	MOTA, T. B. JUCÁ, R. S. PINHEIRO, C. A. M.	UEPA	CC10
	UMA EXPERIÊNCIA DE ENSINO DE TRIGONOMETRIA COM BASE NA TEORIA DA DIALÉTICA FERRAMENTA-OBJETO	MARQUES, E. N. GARCIA, N. C. KLUBER, T. E.	UNIOESTE	RE01
	UTILIZANDO O TEODOLITO NO ENSINO DA TRIGONOMETRIA	ALMEIDA, D. F. de; VIEIRA, A. C.	FURB	CC11
XII	MATERIAIS MANIPULÁVEIS NO ENSINO DA TRIGONOMETRIA: INVESTIGAÇÃO A PARTIR DA RÉGUA TRIGONOMÉTRICA	JESUS, L. O. M. SOUZA, L. M.	UFRB	RE02
	FORMAS DE PENSAMENTO MATEMÁTICO EVIDENCIADAS EM CONCEITOS BÁSICOS DE TRIGONOMETRIA	GONÇALVES, D. C. LAGE, M. A.	UEMG; FACCI	CC12
	ENSINO DE RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS NO LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA: UMA EXPERIÊNCIA COM UTILIZAÇÃO DE GEOPLANOS NUMA PERSPECTIVA INVESTIGATIVA	SILVA, S. A. F. SÁ, L. C. OLIVEIRA, S. C.	IFES	RE03
	ENSINANDO E APRENDENDO TRIGONOMETRIA NO ENSINO MÉDIO	SANTOS, M. B. PAZ, L. K. S. AMANCIO, V. S. SILVA, J. S. B. NETO, J. F. S. COSTA, C. L.	UNEAL	RE04
	APRENDIZAGEM DAS NOÇÕES DE TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO: REFLEXÕES À LUZ DA NEUROCIÊNCIA COGNITIVA	VIEIRA, J. E. L. FONSECA, L. S. SILVA, K. S.	UFS	CC13
	APLICAÇÕES DE FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS NO ESTUDO DE CONCEITOS DE FÍSICA POR MEIO DO <i>GEOGEBRA</i>	KESSLER, A. L. F. MATHIAS, C. V.	UFSM	RE05
	A ABORDAGEM DA TRIGONOMETRIA EM LIVROS DIDÁTICOS E ALGUMAS PRÁTICAS DESENVOLVIDAS NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES	BULLMANN, C. L. FUCHS, M. J.	IF-Farroupilha	RE06
	TRIGONOMETRIA EM LIVROS DIDÁTICOS DO 9º ENSINO FUNDAMENTAL	Não há identificação de autor(es)	Não há identificação	CC14
	TRAJETÓRIA HIPOTÉTICA DE APRENDIZAGEM E A COMPREENSÃO DAS RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS NO CICLO	FIGUEIREDO, S. A. COSTA, N. M. L.	UEMS; UNIAN-SP	CC15
	RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS NO TRIÂNGULO-RETÂNGULO: A	ASSIS, A. N.	UEPA	CC16

	CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE SENO, COSSENO E TANGENTE, COMO UMA RELAÇÃO NO ÂNGULO AGUDO, POR MEIO DE MATERIAL MANIPULATIVO			
	O ENSINO DA TRIGONOMETRIA E A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA	FERREIRA, P. K. ARAÚJO, A. M. SAKON, E. B.	UFTPR	CC17
XIII	O ENSINO DE TRIGONOMETRIA E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: UMA ABORDAGEM SOCIAL	SANTOS, R. A. dos; SIQUEIRA, A. O. S. MADURO, V. P. S. SANTOS, V. S. dos	IFPA	CC18
	A TRIGONOMETRIA NO CUROS TÉCNICO EM ELETROTÉCNICA INTEGRADO AO ENSINO MÉDIO NO IFPB – CONTRIBUIÇÕES DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA	LINS, A. G. R. ESTIGARRIBIA, M. C.	IFPB	CC19
	IDONEIDADE COGNITIVO-AFETIVA DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA A CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS POR MEIO DE UMA HISTÓRIA EM QUADRINHOS	VASCONCELOS, D. M. CARVALHO, J. I. F.	UFPE	CC20
	O SOFTWARE GEOGEBRA COMO FERRAMENTA AUXILIAR NO ENSINO E APRENDIZAGEM DA TRIGONOMETRIA	NETO, S. D.	IFMG	CC21
	TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO: UMA ANÁLISE DOS ERROS DOS ALUNOS DO ENSINO MÉDIO	SILVA, J. P. PALHARES, M. E. S.	UEPA	CC22
	TRIGONOMETRILHA: UMA PROPOSTA PARA A APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA EM TRIGONOMETRIA	LEITE, E. C. F. A. PEREIRA, C. S. LEITE, M. L. A.	IFBP	CC23
	XIV	CONTRIBUIÇÕES DA FORMULAÇÃO DE PROBLEMAS PARA A APRENDIZAGEM DE TRIGONOMETRIA	RAMOS, R. KIFFER, S. ALMEIDA, F. CAROLINO, B.	COLÉGIO PEDRO II; PUC – RIO; UNIPIO; UERJ.
CONTRIBUIÇÕES DA ROBÓTICA EDUCACIONAL PARA A APRENDIZAGEM DE TRIGONOMETRIA NA 1ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO DE UMA ESCOLA PARTICULAR DE LINHARES – ES		GOMES, A. R. T.	UFES	CC24
ENSINO E APRENDIZAGEM DA TRIGONOMETRIA NA EDUCAÇÃO BÁSICA: EXPERIÊNCIAS E PERCEPÇÕES DE LICENCIADOS EM MATEMÁTICA		SOUSA, M. I. B. FARIAS, S. A.	UFAM	CC25
METODOLOGIAS ATIVAS: A SALA DE AULA INVERTIDA APLICADA AO ENSINO DE TRIGONOMETRIA		BARROS, R. A. A. LOPES, G. L. O.	UFRN; UFRN	RE08
TRIGONOMETRIA NO CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO: UMA INTRODUÇÃO AO ASSUNTO		MILANI, S. M.	IFRO	RE09

	TRIGONOMETRIA E <i>GEOTEBRA</i> : UM MAPEAMENTO PRELIMINAR	MUNIZ, G. S. BAIRRAL, M. A.	UFRRJ	CC26
	UMA ANÁLISE AUTOMATIZADA DE AVALIAÇÕES DIAGNÓSTICA EM UMA TRAJETÓRIA HIPOTÉTICA DE APRENDIZAGEM SOBRE TRIGONOMETRIA	MARTINS, L. COSTA, N. M. L.	UNIAN-SP	CC27

Fonte: Os autores (2024)

Com a seleção dessas produções efetuamos um movimento de análise subsidiado pelo Método de Leitura Científica (Cervo; Bervian, 1983). Com ele, temos por finalidade uma leitura informativa,

[...] com vistas à coleta de dados ou informações que serão utilizados em trabalhos para responder a questões específicas, [que envolve] [...] fases cronológica e lógica ao mesmo tempo, pois devem suceder-se uma após a outra e nesta sucessão temporal o pensamento reflexivo percorre as etapas no termo dos quais surge o conhecimento científico: visão global (sincretica), visão analítica, visão sintética (Cervo; Bervian, 1983, p. 85).

Nessa linha, sugerem encaminhamentos para a leitura de qualquer material a ser analisado, a saber: **Leitura de reconhecimento ou pré-leitura**, que abrange uma leitura global dos textos, permitindo o acesso primário com o tema, isto é, a seleção de materiais, que resultou na produção do Quadro 1; **Leitura Seletiva**, que compreende a seleção dos textos que versam sobre o fenômeno estudado, por meio de critérios pré-determinados, isto é, a identificação das propostas para o ensino de Trigonometria presentes nessas produções. Com essa leitura, à luz do nosso objeto de investigação que são as propostas de ensino, consideramos 27 produções das 36, por serem aquelas que deixaram explícita a proposta de ensino utilizada.

O passo seguinte foi a **Leitura Crítica ou Reflexiva**, que tem a finalidade de saber o que o autor afirma sobre o assunto de estudo, isto é, a ponderação sobre o texto à luz do objetivo da pesquisa; e a **Leitura Interpretativa**, que compreende a triangulação dos dados do estudo, por meio da interpretação intencional do pesquisador, ou seja, as reflexões oportunizadas pelas leituras anteriores (Lima; Paula, 2020).

Foram analisadas, portanto, as produções codificadas: CC01, CC02, CC04, CC05, CC06, CC07, CC08, CC09, CC10, CC11, CC12, CC13, CC16, CC17, CC18, CC21, CC24, CC26, CC27, RE02, RE03, RE04, RE05, RE06, RE07, RE08 e RE09.

Apresentadas as produções e os modos pelos quais a pesquisa foi realizada evidenciamos, na próxima seção, alguns resultados sobre as propostas para o ensino de Trigonometria que surgiram nas produções acadêmicas publicadas nas edições do ENEM (2013 – 2022).

Algumas propostas para o ensino de Trigonometria

Das produções selecionadas (Quadro 1), emergiram algumas propostas para o ensino de Trigonometria como a Investigação Matemática mediante a análises de livros didáticos e exploração de Razões Trigonométricas em Laboratório de Ensino de Matemática; História da Matemática visando a origem e a demonstração das Razões Trigonométricas no triângulo retângulo (seno, cosseno e tangente) em atividades exploratórias, ou seja, atividades “abertas” no estudo do conteúdo a ser abordado; a Resolução de Problemas, analisando os erros dos alunos em resoluções de atividades que envolveram Razões Trigonométricas; a Sala de Aula Invertida, na qual os alunos passam a ter autonomia nos estudos com a mediação do professor; as Tecnologias Digitais envolvendo *softwares* matemáticos como o *GeoGebra*⁵, na aplicação das Funções Trigonométricas, como ferramenta para auxiliar a aprendizagem, além da contribuição da robótica; o Uso de Materiais Manipuláveis como, o Teodolito e alguns Jogos para ensinar a aprender Trigonometria; entre outras propostas que fogem das supracitadas, as quais serão apresentadas nesta seção.

No que se diz respeito a **Investigação Matemática**, o aluno é chamado para assumir o papel de um investigador, pesquisando e construindo conhecimentos. Além disso, ele é estimulado a justificar e provar suas afirmações explicitando, matematicamente, suas argumentações perante os colegas e o professor. Embora tenhamos na literatura alguns encaminhamentos, a pesquisa evidenciou que essa investigação pode ser estruturada em etapas, quais sejam: exploração e formulações de questões, conjecturas (organização dos dados), testes e formulações, justificação e avaliação (justificar as conjecturas e avaliar o raciocínio) (Colli; Omodei, 2016).

Na produção RE06, por exemplo, foi realizada uma atividade investigativa, apoiada em livros didáticos, com o uso de material manipulativo. Exploraram-se as razões trigonométricas na construção de triângulos com medidas de lados distintas,

⁵ <https://www.geogebra.org>

inscritos em circunferências com diâmetros de medidas também distintas. A exploração levou os alunos a conjecturarem as razões trigonométricas e posteriormente a estudarem-nas como apareciam no livro didático.

Em seguida, foi proposta a construção de um teodolito utilizando isopor, papel, cola, barbante e transferidor. Para sua utilização na resolução de tarefas foram fundamentais as aplicações dos conceitos trigonométricos envolvendo, em especial o cálculo de medidas inacessíveis. Por fim, foi feita a construção de um material didático – circunferência trigonométrica – justificando as razões trigonométricas dos ângulos notáveis que, muitas vezes, aparecem em forma de quadros prontos nos livros didáticos. Segundo Bullmann e Fuchs (2016, p. 8), a apresentação de fórmulas ou relações prontas

representa um processo de ensino calcado no ato de “decorar” definições e simbologias, muitas vezes, sem entendimento do contexto de suas aplicações, inibindo o aluno a investigar, levantar hipóteses e interpretá-las de modo a compreender o conceito que está sendo abordado.

Em RE06, o contexto das propostas foi uma turma do curso de Licenciatura de Matemática, que estudava razões trigonométricas do triângulo retângulo, com foco nas propriedades de semelhança de triângulos, circunferência trigonométrica, valores notáveis do seno, cosseno e tangente, bem como razões trigonométricas em problemas envolvendo o cálculo de distâncias inacessíveis.

Já na produção RE03, a Trigonometria também foi abordada por meio da Investigação Matemática, articulada ao uso de Geoplanos quadrangulares e isométricos. A experiência foi realizada com alunos do 9º ano no Laboratório de Ensino de Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo (IFES), em Vitória-ES. O objetivo da realização desta atividade, segundo os autores, foi determinar razões trigonométricas dos ângulos 30° e 60° graus no Geoplano, a partir da construção de triângulos que obtivessem esses ângulos.

Com as análises dessas e de outras produções, ficou evidente que a abordagem investigativa pode ter contribuído para que os alunos compreendessem conceitos matemáticos de forma atrativa e prazerosa. Ao combinar essa proposta de ensino com o uso de materiais manipulativos identificamos indícios de que os alunos são capazes de reconhecer as relações trigonométricas que lhes são propostas, por

exemplo, em RE03, ao utilizarem o Geoplano, os alunos encontraram um apoio que os auxiliou na determinação das razões trigonométricas dos ângulos notáveis (30° , 45° e 60°) do triângulo retângulo.

Com essas propostas assentes na **Investigação Matemática**, identificamos a inserção, na sala de aula, de práticas que possibilitam aos alunos não apenas decorarem fórmulas e relações, mas, assimilarem-nos, desenvolverem o raciocínio e compreenderem esses conceitos para mobilizá-los em outras situações.

Outra proposta que emergiu das produções sugere a **História da Matemática** como abordagem na introdução de conteúdos voltados à Trigonometria. Uma possibilidade orientada por esta abordagem estava a apresentação da origem dos teoremas de Tales e de Pitágoras, por meio do estabelecimento de relações métricas em triângulos retângulos (CC01). A História da Matemática é concebida na literatura como uma possibilidade para despertar o interesse dos alunos que estudam Matemática e para contribuir com suas aprendizagens (Oliveira; Fragoso, 2011), mas não apenas.

Utilizar a História da Matemática como um recurso para o ensino e a aprendizagem como revelou Ferreira, Araújo e Sakon (2016, p. 3) em CC17, “[...] difere de usar fatos históricos apenas para introduzir conteúdos ou para motivar, é apresentar um conteúdo por meio da História”. Para as autoras, o desenvolvimento de projetos inspirados pela História, o tratamento detalhado em exemplos particulares e o aperfeiçoamento do conhecimento matemático em aspectos culturais da Matemática, são algumas sugestões de como empregar a História da Matemática em sala de aula, para ensinar Trigonometria (Ferreira; Araújo; Sakon, 2016).

Após um levantamento histórico, as autoras apresentam uma sequência de seis atividades em que problematizam como as razões trigonométricas surgiram e do porquê usá-las para a construção do conhecimento, com foco em “trabalhar a transição das razões trigonométricas representadas no triângulo retângulo para a representação no ciclo trigonométrico” (Ferreira; Araújo; Sakon, 2016, p. 4). Em uma das atividades (Figura 1), é proposto que os alunos calculem a medida em metros da base da pirâmide de Quéops e, para isso, o professor recorre à exposição de como os egípcios faziam suas medições para construir as pirâmides.

Figura 1: Problema assente na História da Matemática em CC17

Problema 03:

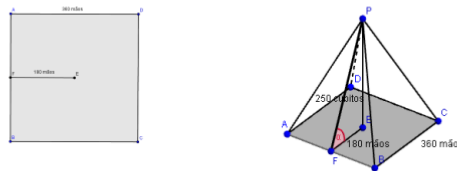
Um dos mais antigos registros sobre a cultura egípcia é o Papiro de Rhind (aproximadamente 1650 a.C.), nele encontramos vários problemas que envolvem a construção de pirâmides. Devido à observação das inclinações constantes das faces de uma pirâmide, os egípcios obtiveram as primeiras noções de tangente e cotangente. Hoje, o grau de inclinação de uma reta é medido por meio da razão entre segmentos verticais e horizontais, conceito que já era usado no Egito.

O afastamento horizontal de uma reta oblíqua em relação ao eixo vertical para cada variação de unidade na altura é denominado de *segt*. Atualmente, ainda, para indicar a inclinação de uma parede, os arquitetos utilizam a palavra *segt*. Logo, o *segt* da face de uma pirâmide é o quociente entre o afastamento horizontal pelo vertical, a unidade de medida usada pelos egípcios para medir o afastamento vertical era o cúbito, já, para medir a distância horizontal era usada a “mão” que equivale a um sétimo do cúbito.

A seguir, temos a descrição do problema 56 do Papiro de Rhind (EVES, 2011), tal problema mede o *segt* de uma pirâmide de 250 cúbitos de altura cujos lados da base medem 360 cúbitos.

- Divida 360 por 2;

Explicação: Considerando a base da pirâmide $ABCD$ (Figura 03 e 04), que possui uma base quadrada de lado 360 cúbitos. Se dividir por 2, obtém-se o apótema do quadrado, conforme as figuras abaixo, este apótema é a base do triângulo PFE .



- Ao resultado desta divisão (180), divida por 250, obtendo $1/2 + 1/5 + 1/50$.

Explicação: Note que o problema pede o *segt*, ou seja, a inclinação do ângulo \hat{P} , que é calculada pela razão entre o afastamento horizontal (\overline{EF}) e o eixo vertical (\overline{PE}), como mostra a figura 5. Logo: $\text{segt} = \frac{\text{afastamento horizontal}}{\text{eixo vertical}} = \frac{180}{250} = 0,72 = 0,5 + 0,2 + 0,02 = \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{50}$

$$\text{O que equivale a: } \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\text{cat.ad}}{\text{cat.op}} = \frac{180}{250}$$

- Multiplique $(\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{50})$ por 7 e obterá $5 \frac{1}{25}$ em mãos por cúbito.

Explicação: Como o *segt* é dado em mãos por cúbitos é preciso transformar esta unidade, logo como uma “mão” é igual a 7 cúbitos, multiplicamos o resultado em cúbitos por 7, assim teremos $5 \frac{1}{25}$ mãos/cúbito.

Este documento mostra o conhecimento que os egípcios tinham especialmente no que diz respeito à cotangente. Agora, imagine que com apenas esses conhecimentos os egípcios já faziam uso da Trigonometria há, aproximadamente, 1650 anos a.C.. Assim, sabendo que a Pirâmide de Quéops possui a base quadrada com lados de 440 cúbitos e altura de 280 cúbitos, calcule o *segt* da pirâmide. Sabendo que o cúbito vale aproximadamente 0,5 metro, quantos metros tem a base da Pirâmide de Quéops?

Fonte: Ferreira, Araújo e Sakon (2016, p. 5-6)

A partir de algumas explorações matemáticas, fica evidente na atividade que as relações trigonométricas eram empregadas pelos egípcios na construção das pirâmides, evidenciando como, historicamente, a Trigonometria era utilizada como instrumental para a resolução de problemas.

Como recomendam Oliveira e Fragoso (2011), conhecer a história é um dos primeiros passos na elaboração de atividades voltada à História da Matemática. Esta proposta pedagógica mostra-se relevante para promover a compreensão de relações entre conteúdos matemáticos, tornando, nesse caso, a Trigonometria algo mais próximo dos alunos, o que evidencia como os conteúdos escolares estão articulados à medida que a história avança, enriquecendo assim as atividades e oportunizando aos estudantes atribuir maior significado à Matemática.

Para o ensino de Trigonometria, também emergiram nas produções analisadas, propostas pautadas na **Resolução de Problemas (RP)**, problematizando situações reais ou fictícias. Há algum tempo a prática de resolver problemas era vista como um conjunto de procedimentos organizados e sequenciados para encontrar um resultado, contudo, na Educação Matemática, a RP tem sido ressignificada, mostrando possibilidades para os alunos mobilizarem conhecimentos e desenvolverem a capacidade de gerenciar as informações que estão ao seu alcance, além de ser propícia à integração de novos conhecimentos (Santos *et al.*, 2019).

De acordo com Pozo e Echeverría (1998, p. 9) a RP

baseia-se na apresentação de situações abertas e sugestivas que exijam dos alunos uma atitude ativa ou um esforço para buscar suas próprias respostas, seu próprio conhecimento. O ensino baseado na solução de problemas pressupõe promover nos alunos o domínio de procedimentos, assim como a utilização dos conhecimentos disponíveis, para dar resposta a situações variáveis e diferentes.

Propostas envolvendo a RP para o ensino de Trigonometria foram as mais expressivas nas edições analisadas do ENEM, em se tratando da Educação Básica. Em CC09, por exemplo, os autores relataram uma experiência em sala de aula cuja proposta realizada pelo professor, era a de os alunos resolverem problemas em duplas. Baseando-se na RP, fundamentada nas perspectivas de Brousseau (1996), os alunos resolveram os problemas relacionados à Trigonometria no triângulo retângulo em cálculos das relações seno, cosseno e tangente no triângulo retângulo. Após essas resoluções, os alunos foram direcionados ao quadro para expor suas resoluções e discutirem-nas no coletivo, convergindo para uma postura ativa, sugerida por Soares e Pinto (2001).

Outro aspecto relacionado a RP é sobre a elaboração de problemas como uma estratégia para desenvolver o pensamento crítico e reflexivo. Há especulações

de que só se formula ou elabora problemas quem conhece o conteúdo que será exigido como solução para o referido problema. Em RE07, por exemplo, os autores alegaram associações Matemáticas ao pensamento crítico e de outros assuntos não discutidos em aulas, quando adotaram essa estratégia de ensino na prática com RP para o ensino de conceito trigonométricos:

Para criar a questão os alunos exploraram uma situação real, que é a possibilidade de acesso à Ilha do Japonês por diferentes pontos da cidade. Eles utilizaram a Trigonometria para lidar com a ideia de custo-benefício, o que não tinha sido trabalhado nas aulas até então (Ramos *et al.*, 2022, p. 7).

Em alguns dos trabalhos (Quadro 1), os quais dizem respeito às propostas com RP, foram apontados que os erros cometidos pelos alunos ao lidarem com a Trigonometria no triângulo retângulo situam-se, especificamente, nas relações trigonométricas seno, cosseno e tangente. Uma maneira de amenizar esses erros é ponderar que “no ensino da Matemática é importante uma aplicação prática dos conteúdos, bem como gerar situações-problema e desafios matemáticos que possibilitem discussões em sala de aula” (Mota; Jucá; Pinheiro, 2013). Esse argumento também justifica a importância deste estudo, a respeito do ensino de Trigonometria já que desvendamos possibilidades para romper com as dificuldades, ampliando os modos pelos quais se ensina e se aprende esses conceitos matemáticos.

De modo geral, as produções analisadas indicaram que as propostas envolvendo a RP utilizadas em sala de aula para resolver problemas matemáticos levam, necessariamente, os alunos a refletirem e em suas reflexões. A RP propõe um trabalho em grupo e, durante a interação com os colegas e com o professor, o aluno precisa explicitar suas ideias e suas hipóteses para que todos tomem conhecimento delas e possam negociar esses pensamentos de forma que construam uma solução matematicamente coerente para o problema em questão.

Além dessas propostas, também houve a manifestação do ensino de Trigonometria apoiado na **Sala de Aula Invertida**, que é uma das metodologias ativas utilizadas por diversos professores no processo de ensino e de aprendizagem na Educação Básica. Nesta metodologia, fica sob a responsabilidade do aluno estudar os conceitos teóricos e o professor oferece suporte, valendo-se de instrumentos

tecnológicos. Tudo isso, antes do desenvolvimento da aula em sala (Barros; Lopes, 2022).

Nessa metodologia, a aula gira em torno daquilo que os alunos sentem a necessidade de saber/conhecer e não daquilo que o professor julga ser necessário e aprendam (isso não significa negligenciar conceitos importantes), fazendo-os assumirem o compromisso da busca pelo conhecimento por meio do acesso ao material disponibilizado. Ao fazer perguntas adequadas, o professor realiza *feedbacks* especializados, mediando a construção do conhecimento e ampliando as oportunidades de aprendizagem dos alunos.

A utilização dessa metodologia no ensino de Trigonometria foi identificada em um único relato de uma prática realizada em aula remota, no período da pandemia de coronavírus (RE08). Momentos síncronos e vídeos do *YouTube* foram disponibilizados aos estudantes; bem como a produção de videoaulas foi realizada pela professora; o uso do *Google Classroom* e de plataformas virtuais; a proposição e o desenvolvimento de atividades estilo *quiz*; o uso do *software GeoGebra*; potencializaram aprendizagens dos alunos ao explorarem arcos de uma circunferência. Aprendizagens da turma de alunos foram evidenciadas por meio de um trabalho coletivo dos estudantes que apresentaram, em seminários, os conhecimentos construídos durante as aulas.

A preparação e o compartilhamento de sequências de *slides* e a discussão de conceitos trigonométricos (arcos notáveis do seno e do cosseno) aprendidos durante as aulas indicaram a Sala de Aula Invertida como uma proposta de ensino relevante para Trigonometria, pois, nas palavras dos autores, foi observada a construção de um ambiente criativo e construtivo, “[...] de forma conjunta, visto que os alunos traziam os conceitos estudados, compartilhavam a forma entendida por eles e auxiliavam outros alunos em conjunto com a professora, possibilitando assim um momento de aprendizagem invertida” (Barros; Lopes, 2022, p. 6).

No que se refere à utilização do **Lúdico e Materiais Manipuláveis** no ensino de Trigonometria, refletimos que esses pareceram recursos promissores para os alunos lidarem com a Matemática de forma lúdica, compreendendo a sua importância na vida cotidiana.

O uso de Materiais Manipulativos visa tirar os alunos da passividade, podendo oferecer subsídios para que participem ativamente na construção de seu

conhecimento. Ao passo em que manipulam os materiais os alunos podem fazer investigações e “descobertas”. Esse tipo de material é um instrumento importante para motivar, inovar e auxiliar os alunos na construção do conhecimento, desenvolver seu pensamento matemático, criar, confrontar e verificar hipóteses, desenvolver sua criatividade, entre outras habilidades. Manipular os materiais consente aos alunos a criação de imagens mentais de conceitos abstratos (Jesus; Souza, 2016).

Na mesma direção, Odorico e Junior (2013) complementam que o Lúdico deve fazer parte da cultura escolar de tal modo que cabe ao professor “[...] analisar e avaliar a potencialidade educativa dos diferentes jogos e conceitos envolvidos. A abordagem lúdica por meio de jogos pode gerar motivação e atração nas aulas de Matemática” (p. 1). A atividade com jogos desenvolve nos alunos a imaginação, a criatividade, o planejamento de estratégias, a tomada de decisão e trabalho em equipe.

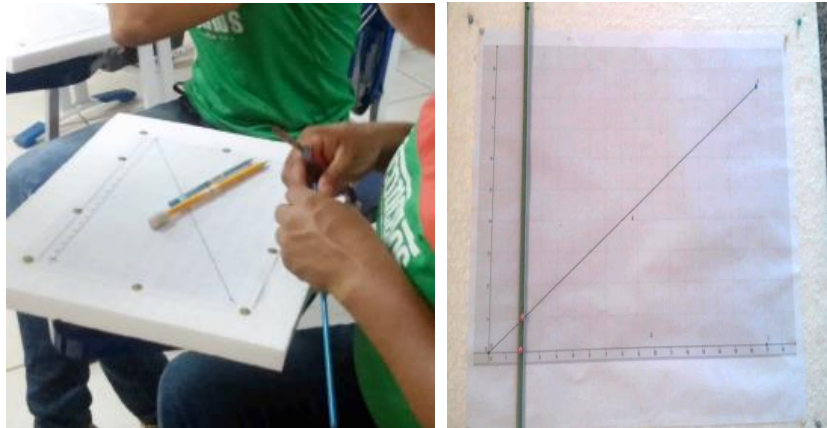
Em Trigonometria, as propostas que envolveram o Lúdico e Materiais Manipuláveis, tenderam a facilitar a aprendizagem dos alunos a respeito dos conceitos, principalmente, das razões trigonométricas seno, cosseno e tangente quando foram exploradas por meio do Baralho Trigonométrico ou da Corrida no Ciclo Trigonométrico (jogos relatados nos trabalhos CC02 e CC04, respectivamente). A aplicabilidade desses jogos estimulou a turma de alunos a participar, ativamente, da aula e a realizar discussões quanto ao conteúdo abordado.

Assim como o uso do Lúdico, a utilização de Materiais Manipulativos também contribuiu para os alunos terem uma participação ativa durante as aulas, questionando os conceitos, fórmulas ou até mesmo as razões trigonométricas que se desenvolveram com o uso dos recursos ofertados. Em CC06 há uma proposta de um quadro trigonométrico associado ao ciclo trigonométrico no qual os alunos exploravam funções trigonométricas do tipo $y = a + b \operatorname{sen} c$, $y = \operatorname{sen} x$. A utilização desse material proporcionou aos alunos, segundo os autores, a visualização de como as funções trigonométricas podem ser representadas e exploradas utilizando o mesmo material.

Já em CC11, foi realizada a confecção e utilização do teodolito “[...] um instrumento óptico para medir com precisão ângulos horizontais e verticais, a fim de determinar distâncias inacessíveis” (Almeida; Vieira, 2013, p. 5). O objetivo de seu uso, por meio da relação trigonométrica tangente, foi medir alturas inacessíveis com ângulo encontrado, ou seja, $Altura = tg(\alpha) \cdot d1 + d2$ ($d1$ e $d2$ – distâncias medidas

pelos alunos) no ambiente escolar. De modo semelhante, a produção CC16, investigou a construção do conceito de seno, cosseno e tangente, como uma relação em um ângulo agudo de um triângulo-retângulo, por meio de semelhanças de triângulos, a partir do uso de material concreto (Figura 2).

Figura 2: Material didático apresentado em CC16



Fonte: Assis (2016, p. 6 e 12)

Atualmente, sabemos que as **Tecnologias (Digitais)** têm ganhado espaço também no contexto educacional. Nas produções analisadas, ela se mostrou como um recurso promissor para a aprendizagem em aulas cujo foco esteja na Trigonometria. Nos relatos e comunicações analisados (Quadro 1), a articulação de propostas para o ensino de Trigonometria alinhada às Tecnologias (Digitais), basearam na utilização de *softwares* matemáticos e de robótica. De modo geral, há evidências de que as propostas desenvolvidas permitiram a inovação, “[...] a exploração e surgimento de cenários alternativos para a educação [...]” (Borba; Scucuglia; Gadanidis, 2014, p. 17).

No tocante aos *softwares*, o *GeoGebra* foi recorrente, como já citado no contexto de outras produções. Em aulas de Trigonometria, presenciais ou remotas, o *GeoGebra* permite fazer representações das razões seno, cosseno e tangente de um ângulo agudo de um triângulo; de conceitos iniciais de Trigonometria na circunferência trigonométrica como, arcos e ângulos, medida e comprimento de arco, unidades de medida (grau e radiano) de arcos e ângulos, comprimento de um arco. Conforme RE05, este é um *software* multiplataforma distribuído gratuitamente para trabalhar com conceitos matemáticos e que apresenta uma interface simples e de fácil

utilização. O *GeoGebra* disponibiliza recursos de geometria, álgebra, planilhas, gráficos, probabilidade, estatística e cálculos simbólico em um único ambiente (Kessler; Mathias, 2016). As janelas da área de trabalho possibilitam ao aluno ter visualização ampla daquilo que está construindo, calculando, facilitando a compreensão do conteúdo estudado.

Em RE05, essa interface proporcionou a exploração da Função Seno e Ondas Sonoras. A manipulação e observação de parâmetros e do comportamento da função, evidenciou o dinamismo proporcionado pelo *software* e indicou, nas palavras das autoras, a investigação de tal modo, que o próximo passo seria orientar os participantes a como manipular o *software* para que “[...] tivessem condições de construir os gráficos de aplicações [...], ou disponibilizar aos alunos outros exemplos de atividades para que os mesmos construíssem seus gráficos e resolverem os problemas por meio do *GeoGebra*” (Kessler; Mathias, 2016, p. 11).

Além de *softwares*, o desenvolvimento tecnológico ensejou a utilização da robótica no ensino de Trigonometria. Na produção CC24, por exemplo, identificou-se a realização de oficinas envolvendo a simulação de entregas de mercadorias, partindo de um centro de distribuições. Para isso, “[...] os alunos deveriam obter informações geométricas relevantes e programar o robô para simular entregas [...] o próprio robô deveria ser empregado para medir distâncias e ângulos, em vez de régua, trena e transferidor” (Gomes, 2022, p. 7-8).

Para o autor, entre várias reflexões, o emprego da robótica no ensino de Trigonometria potencializou que “problemas práticos favorecem a visualização dos alunos durante as atividades e conseqüentemente na aplicação de conceitos matemáticos”, bem como, a robótica influencia “na criatividade e inspiração, além de apontar para ações de improviso e sofisticação” (Gomes, 2022, p. 10-11).

Apresentamos nesta seção, algumas evidências das produções que analisamos no que se refere às propostas que emergiram delas para o ensino de Trigonometria. Com base nelas, na próxima seção, tecemos algumas reflexões sobre prática pedagógica para o ensino de Trigonometria.

Algumas reflexões sobre as propostas emergentes

Em síntese apresentamos, nesta breve seção, um panorama das produções e suas respectivas codificações, classificando-as nas propostas que foram emergentes e lançamos algumas reflexões. Antes, é importante esclarecer que a classificação de uma produção em um tipo de proposta não exclui a possibilidade da sua articulação com outra como, por exemplo, as produções já citadas que envolveram Investigação Matemática e a utilização do Lúdico e Materiais Manipuláveis.

Esclarecemos também que as referências às propostas emergentes são assentes no que a comunidade de educadores matemáticos tem compreendido sobre modos pelos quais é possível de se trabalhar Matemática nas salas de aulas. No Quadro 2, expomos aquilo que a pesquisa nos mostrou ao focalizarmos a pergunta: **“Que propostas para o ensino de Trigonometria surgem em produções acadêmicas do Encontro Nacional de Educação Matemática (2013 – 2022)?”**

Quadro 2: Propostas emergentes da análise das produções para o ensino de Trigonometria – ENEM (2013-2022)

Investigação Matemática	Resolução de Problemas	História da Matemática	Sala de Aula Invertida	Materiais Manipuláveis e Jogos Didáticos	Tecnologias (Digitais)
RE03; RE06.	CC08; CC09; CC10; CC12; CC18; RE07.	CC01; CC17.	RE08.	CC02; CC04; CC06; CC11; CC16; RE02; RE04.	CC05; CC07; CC13; CC21; CC24; CC26; CC27; RE05; RE09.

Fonte: Os autores (2024)

Destas propostas, refletimos que várias foram as oportunidades de trabalho com a Trigonometria e, nesse sentido, ainda há necessidade de avançarmos para que os conceitos possam ser explorados por outros caminhos que não apareceram nas edições analisadas do ENEM. Nos referimos à Modelagem Matemática, ao Ensino Exploratório, a Etnomatemática e outros modos de se trabalhar Matemática nas salas de aulas. Com essa reflexão não julgamos a inexistência de propostas e práticas pedagógicas que se orientam pelas abordagens supracitadas ou outras, mas mostrou ser curioso para nós, a não identificação delas nessas edições que analisamos.

As evidências reveladas por esta pesquisa, provoca algumas reflexões sobre o ensino e aprendizagem em Trigonometria: Como eu aprendi Trigonometria? Como eu gostaria de ter aprendido? Na condição de professor(a), como eu ensino ou quero ensinar Trigonometria? Preciso modificar minha prática, por onde começar?

Nessa direção, entendemos que as manifestações veladas por essa pesquisa podem auxiliar (futuros) professores a ressignificarem os modos pelos quais os conceitos trigonométricos são ou podem ser ensinados na Educação Básica e no Ensino Superior. Há indícios de que as propostas emergentes parecem estar situadas num paradigma mais contemporâneo sobre ensino e aprendizagem de Matemática. Isso pode significar uma ampliação dos modos pelos quais se ensina e se aprende Trigonometria, atribuindo significados e distanciando-se de abordagens mecanicistas e/ou reprodutivistas de pouco (ou nada) contribuem para mobilização dos conceitos apoiados em Trigonometria em outras (novas) situações.

Considerações finais

Ao retomarmos a nossa interrogação de pesquisa: **“Que propostas para o ensino de Trigonometria surgem em produções acadêmicas do Encontro Nacional de Educação Matemática (2013 – 2022)?”**, compreendemos que as propostas reveladas por esta pesquisa são variadas. São diversas propostas de metodologias ativas para ensino de Trigonometria apresentadas no ENEM nos últimos 10 anos e, de modo geral, destacamos como elas mostraram potencialidades para o ensino e para a aprendizagem, durante as aulas de Matemática, quando o tema é Trigonometria.

Além disso, quando voltamos os olhares para o Quadro 1, especificamente, considerando as instituições de vínculo dos autores, fica evidente que essas propostas surgem de diferentes regiões do país, o que pode evidenciar uma pluralidade de práticas para o ensino de Trigonometria respeitando história, cultura e as necessidades de cada região brasileira.

Nesses contextos, as propostas envolvendo as abordagens da Investigação Matemática, Resolução de Problemas, História da Matemática, Lúdicos e Materiais Manipuláveis, bem como a Sala de Aula Invertida propuseram conceitos distintos, donde fizeram com que a Trigonometria fosse estudada não como um conteúdo de

“difícil” compreensão, mas dando alicerce para que o seu estudo tornasse compreensível aos estudantes, isto é, que eles pudessem atribuir significado aos conceitos.

Outro aspecto relevante a ser destacado a partir da análise das produções é que as propostas não são excludentes. Isso significa que mesmo em uma prática cuja abordagem se deu por meio de Materiais Manipuláveis, uma orientação pelo ensino investigativo foi propulsora da dinâmica realizada para exploração dos conceitos trigonométricos, muito próximo de uma Investigação Matemática. Do mesmo modo, quando envolveu Tecnologias Digitais e outras como, a Resolução de Problemas.

Refletimos, nesse sentido, que essas propostas se mostraram como oportunidades para ressignificar a prática em sala de aula visando o trabalho com a Trigonometria, fugindo de abordagens ditas “tradicionais” e avançando para aquelas que consideram os estudantes como protagonistas no processo de aprendizagem.

Como possibilidades de investigações futuras acerca de propostas de ensino de Trigonometria pensamos ser importante problematizar a baixa ou nenhuma incidência de trabalhos que relatem ou discutam aulas assentes no Ensino Exploratório da Matemática, na Modelagem Matemática, na Etnomatemática; tendo em vista a elaboração de propostas de aulas como sugestões aos (futuros) professores.

Referências

ALMEIDA, D. F. de; VIEIRA, A. C. Utilizando o teodolito no ensino da trigonometria. *In: Encontro Nacional de Educação Matemática*, 11., 2013, Curitiba (PR). **Anais [...]**. 2013. p. 1-9.

ASSIS, A. N. de. Relações trigonométricas no triângulo-retângulo: a construção do conceito de seno, cosseno e tangente, como uma relação no ângulo agudo, por meio de material manipulativo. *In: Encontro Nacional de Educação Matemática*, 12., 2016, São Paulo. **Anais [...]**. 2016. p.1-12.

BARCHINSKI, K. C. LEITE, D. F.; SILVA, S. R.; LEIT, L. B. O uso do programa superlogo 3.0 na aprendizagem de trigonometria: a construção de bandeiras. *Encontro Nacional de Educação Matemática*, 11., 2013, Curitiba (PR). **Anais [...]**. 2013. p. 1-11.

BARROS, R. A. de A.; LOPES, G. L. de O. Metodologias ativas: a sala de aula invertida aplicada ao ensino de trigonometria. *In: Encontro Nacional de Educação Matemática*, 14., 2022, Brasília (DF). **Anais [...]**. 2022. p. 1-8.

BORBA, M. de C.; GADANIDIS, G.; SCUCUGLIA, R. R. da S. **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática**: sala de aula e internet em movimento. 1ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2014.

BULLMANN, C. L.; FUCHS, M. J. A abordagem da trigonometria em livros didáticos e algumas práticas desenvolvidas na formação de professores. *In*: Encontro Nacional de Educação Matemática, 12., 2016, São Paulo. **Anais [...]**. 2016. p.1-12.

CERVO, A. L.; BERVIAN, P. A. **Metodologia científica**: para o uso dos estudantes universitários. 3. ed. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1983.

COLLI, A. D.; OMODEI, L. B. C. Investigação matemática como recurso metodológico para o ensino de números inteiros – uma experiência com alunos do 7º ano. **Os Desafios da Escola Pública Paranaense na Perspectiva do Professor PDE**, [s. l.], v. 1, 2016.

DRABACH, A. L. M. Quadro trigonométrico: uma ferramenta para o estudo das funções trigonométricas. Encontro Nacional de Educação Matemática, 11., 2013, Curitiba (PR). **Anais [...]**. 2013. p.1-11.

FERREIRA, P. K.; ARAÚJO, A. M.; SAKON, E. B. O ensino da trigonometria e a história da matemática. *In*: Encontro Nacional de Educação Matemática, 12., 2016, São Paulo. **Anais [...]**. 2016. p. 1-12.

FIGUEIREDO, S. A. de; COSTA, N. M. L. da. Trajetória hipotética de aprendizagem e a compreensão das relações trigonométricas no ciclo. *In*: Encontro Nacional de Educação Matemática, 12., 2016, São Paulo. **Anais [...]**. 2016. p.1-12.

FONTES, C. A.; MUNIZ, R. S. S. Coordenadas polares no ensino médio: contribuições para o ensino e a aprendizagem de trigonometria e números complexos. *In*: Encontro Nacional de Educação Matemática, 11., 2013, Curitiba (PR). **Anais [...]**. 2013. p.1-15.

GÓES, A. R. T.; GÓES, H. C. Recursos didáticos para o ensino de relações trigonométricas. *In*: Encontro Nacional de Educação Matemática, 11., 2013, Curitiba (PR). **Anais [...]**. 2013. p. 1-10.

GOMES, R. da T. Contribuições da robótica educacional para a aprendizagem de trigonometria na 1ª série do ensino médio de uma escola particular de Linhares-es. *In*: Encontro Nacional de Educação Matemática, 14., 2022, Brasília (DF). **Anais [...]**. 2022. p. 1-12.

GONÇALVES, D. C.; LAGE, M. A. Formas de pensamento matemático evidenciadas em conceitos básicos de trigonometria. *In*: Encontro Nacional de Educação Matemática, 12., 2016, São Paulo. **Anais [...]**. 2016. p.1-12.

JESUS, L. O. M. de; SOUZA, L. M. de. Materiais manipuláveis no ensino da trigonometria: investigação a partir da régua trigonométrica. *In*: Encontro Nacional de Educação Matemática, 12., 2016, São Paulo. **Anais [...]**. 2016. p. 1-12..

JESUS, L. O. M. de; SOUZA, L. M. de. Materiais manipuláveis no ensino da trigonometria: investigação a partir da régua trigonométrica. *In: Encontro Nacional de Educação Matemática*, 12., 2016, São Paulo. **Anais [...]**. 2016. p.1-12.

KESSLER, A. L. de F.; MATHIAS, C. V. Aplicações de funções trigonométricas no estudo de conceitos de física por meio do geogebra. *In: Encontro Nacional de Educação Matemática*, 12., 2016, São Paulo. **Anais [...]**. 2016. p.1-12.

LEITE, E. C. F. A.; PEREIRA, C. S.; LEITE, M. L. A. Trigonometria: uma proposta para a aprendizagem significativa em trigonometria. *In: Encontro Nacional de Educação Matemática*, 13., 2019, Cuiabá. **Anais [...]**. 2019. p.1-9.

LIMA, R. F.; PAULA, M. C. de. Mapeamento dos trabalhos envolvendo educação Matemática inclusiva na edição do XIII ENEM. **Revista Intersaberes**, [S. l.], v. 15, n. 35, 2020.

LIMA, R. J. T. de; FREITAS, M. T. M. Baralho trigonométrico e a escrita na aprendizagem da matemática: uma experiência em grupo. *In: Encontro Nacional de Educação Matemática*, 11., 2013, Curitiba (PR). **Anais [...]**. 2013. p. 1-9.

LINS, A. G. R. Trigonometria no curso técnico em eletrotécnica integrado ao ensino médio do instituto federal de educação, ciência e tecnologia da Paraíba – IFPB – Contribuições da aprendizagem significativa. *In: Encontro Nacional de Educação Matemática*, 13., 2019, Cuiabá. **Anais [...]**. 2019. p.1-11.

MARQUES, E. N.; GARCIA, N. C.; KLÜBER, T. E. Uma experiência de ensino de trigonometria com base na teoria da dialética ferramenta-objeto. *In: Encontro Nacional de Educação Matemática*, 11., 2013, Curitiba (PR). **Anais [...]**. 2013. p.1-11.

MARTINS, L.; COSTA, N. M. L. da. Uma análise automatizada de avaliação diagnóstica em uma trajetória hipotética de aprendizagem sobre trigonometria. *In: Encontro Nacional de Educação Matemática*, 14., 2022, Brasília (DF). **Anais [...]**. 2022. p. 1-9.

MILANI, S. M. Trigonometria no círculo trigonométrico: uma introdução ao assunto. *In: Encontro Nacional de Educação Matemática*, 14., 2022, Brasília (DF). **Anais [...]**. 2022. p. 1-9.

MOTA, T. de B.; JUCÁ, R. S.; PINHEIRO, C. A. de M. Uma análise de erros nas relações trigonométricas no triângulo retângulo. *In: Encontro Nacional de Educação Matemática*, 11., 2013, Curitiba (PR). **Anais [...]**. 2013. p. 1-15.

MUNIZ, G. dos S.; BAIRRAL, M. A. Trigonometria e GeoGebra: um mapeamento preliminar. *In: Encontro Nacional de Educação Matemática*, 14., 2022, Brasília (DF). **Anais [...]**. 2022. p. 1-11.

NASCIMENTO, M. A. Trigonometria: um olhar com a pesquisa e a sala de aula. *In: Encontro Nacional de Educação Matemática*, 11., 2013, Curitiba (PR). **Anais [...]**. 2013. p. 1-16.

- NETO, S. D.. O software geogebra como ferramenta auxiliar no ensino e aprendizagem da trigonometria. *In: Encontro Nacional de Educação Matemática*, 13., 2019, Cuiabá. **Anais [...]**. 2019. p.1-10.
- NUNES, L. F. Aprendendo as relações trigonométricas no triângulo retângulo com atividades práticas. *In: Encontro Nacional de Educação Matemática*, 11., 2013, Curitiba (PR). **Anais [...]**. 2013. p. 1-10.
- ODORICO, E. K.; JÚNIOR, J. C. de S. Corrida no ciclo trigonométrico: reflexões de uma professora em formação no desenvolvimento do jogo. *In: Encontro Nacional de Educação Matemática*, 11., 2013, Curitiba (PR). **Anais [...]**. 2013. p. 1-10.
- OLIVEIRA, M. C. A. de; FRAGOSO, W. da C. História da Matemática: história de uma disciplina. **Revista Diálogo Educacional**, v. 11, n. 34, pp. 625-643, 2011.
- OLIVEIRA, M. M. de. **Como fazer pesquisa qualitativa**. 5. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2007. 232 p.
- PACHECO, M. B.; ANDREIS, G. L. S. Causas das dificuldades de aprendizagem em Matemática: percepção de professores e estudantes do 3º ano do Ensino Médio. **Divulgação Científica e Tecnológica do IFPB**, João Pessoa, n. 38, p. 105-119, 2018.
- POZO, J. I.; ECHEVERRÍA, M. D. P. P. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. *In: POZO, J. I. **A solução de problemas**: aprender a resolver, resolver a aprender*. Porto Alegre: Artmed, 1998.
- RAMOS, R. ; KIFFER, S. ; ALMEIDA, F. ; CAROLINO, B. Contribuições da formulação de problemas para a aprendizagem de trigonometria. *In: Encontro Nacional de Educação Matemática*, 14., 2022, Brasília (DF). **Anais [...]**. 2022. p. 1-8.
- REIS, L. A. C.; ALLEVATO, N. S. G. Trigonometria no triângulo retângulo: o aluno como protagonista na construção do conhecimento. *In: Encontro Nacional de Educação Matemática*, 11., 2013, Curitiba (PR). **Anais [...]**. 2013. p. 1-15.
- SANTOS, M. B.; PAZ, L. K.S.; AMANCIO, V. S.; SILVA, J. S. B.; NETO, J. F. S.; COSTA, C. L. Ensinando e aprendendo trigonometria no ensino médio. *In: Encontro Nacional de Educação Matemática*, 12., 2016, São Paulo. **Anais [...]**. 2016. p.1-10.
- SANTOS, R. A. dos.; SIQUEIRA, A. O. dos S.; MADURO, V. P. S.; SANATOS, V. S. dos. O ensino de trigonometria e resolução de problemas: uma abordagem social. *In: Encontro Nacional de Educação Matemática*, 13., 2019, Cuiabá. **Anais [...]**. 2019. p. 1-10.
- SILVA, J. P.; PALHARES, M. E. S. Trigonometria no triângulo retângulo: uma análise de erros dos alunos do ensino médio. *In: Encontro Nacional de Educação Matemática*, 13., 2019, Cuiabá. **Anais [...]**. 2019. p. 1-12.

SILVA, S. A. F. da; SÁ, L. C. e; OLIVEIRA, S. C. Ensino de razões trigonométricas no laboratório de matemática: uma experiência com utilização de geoplanos numa perspectiva investigativa *In: Encontro Nacional de Educação Matemática*, 12., 2016, São Paulo. **Anais [...]**. 2016. p.1-12.

SOARES, M. T. C.; PINTO, N. B. Metodologia da resolução de problemas. In: Reunião da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação (ANPEd), 24., 2001, Caxambu. **Anais [...]**. 2001.

SOUSA, M. I. B. de; FARIAS, S. A. de. Ensino e aprendizagem da trigonometria na educação básica: experiências e percepções de licenciandos em matemática. *In: Encontro Nacional de Educação Matemática*, 14., 2022, Brasília (DF). **Anais [...]**. 2022. p. 1-11.

VASCONCELOS, D. M. de; CARVALHO, J. I. F. de. Idoneidade cognitivo-afetivo de uma sequência didática para a construção do conceito de razões trigonométricas por meio de uma história em quadrinhos *In: Encontro Nacional de Educação Matemática*, 13., 2019, Cuiabá. **Anais [...]**. 2019.

VIEIRA, J. E. L.; FONSECA, L. S.; SILVA, K.S. Aprendizagem das noções de trigonometria no triângulo retângulo: reflexões à luz da neurociência cognitiva. *In: Encontro Nacional de Educação Matemática*, 12., 2016, São Paulo. **Anais [...]**. 2016. p.1-12.