



## Edição Especial

III Congresso Internacional de Ensino - CONIEN  
Universidade do Minho - Braga, Portugal, 2024

# EXPLORANDO PROGRESSÃO GEOMÉTRICA POR MEIO DO FRACTAL TRIMINÓ

EXPLORING GEOMETRIC PROGRESSION THROUGH THE TRIMINO FRACTAL

Talita Secorun Dos Santos<sup>1</sup>  
Luciano Ferreira<sup>2</sup>  
Maridalva Da Silva Manfri<sup>3</sup>

## Resumo

O objetivo deste trabalho foi abordar a Geometria Fractal, em particular o Fractal Triminó, em uma turma de 2º ano do Ensino Médio, relacionando com o ensino de Progressão Geométrica. O estudo foi desenvolvido com 37 alunos de uma turma de 2º ano do Ensino Médio do Colégio Estadual de Campo Mourão – Paraná - Brasil e foi dividido em cinco fases. Na primeira fase foi apresentada a aproximação teórica com o Fractal Triminó, a segunda fase descreveu a sua construção, na terceira fase foi feita a aplicação piloto, na quarta fase foram apresentados os procedimentos metodológicos para aplicação e na quinta fase foi realizada a análise do material produzido. A aplicação ocorreu no pátio da escola, ambiente externo a sala de aula, foram utilizadas duas horas de aula e os alunos foram divididos em seis grupos. Foram analisados os resultados das atividades de ensino realizadas com os alunos, e as observações anotadas e registradas no diário de campo. Após a análise dessas informações foi possível observar que, atrelar o ensino da Geometria Fractal com a Progressão Geométrica por meio do Fractal Triminó pode contribuir com o aprendizado.

**Palavras chave:** Geometria Fractal; Progressão Geométrica; Triminó

<sup>1</sup> Universidade Estadual do Paraná.

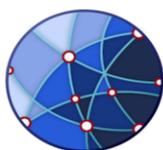
<sup>2</sup> Universidade Estadual do Paraná.

<sup>3</sup> Universidade Estadual do Paraná.

*REPPE: Revista do Programa de Pós-Graduação em Ensino*

*Universidade Estadual do Norte do Paraná, Cornélio Procópio (PR), v. 8, n. 2, p. 2338-2354, 2024*

*ISSN: 2526-9542*



**III CONIEN**  
Congresso Internacional de Ensino  
PESQUISAS NA ÁREA DE ENSINO:  
IMPACTOS, COOPERAÇÕES E VISIBILIDADE

DE 4 A 6 DE SETEMBRO  
BRAGA - PORTUGAL



## **Abstract**

The objective of this work was to address Fractal Geometry, particularly the Triminó Fractal, in a 2nd-year high school class, relating it to the teaching of Geometric Progression. The study was conducted with 37 students from a 2nd-year high school class at Colégio Estadual de Campo Mourão – Paraná - Brazil, and it was divided into five phases. In the first phase, the theoretical approach to the Triminó Fractal was presented; the second phase described its construction; in the third phase, a pilot application was carried out; in the fourth phase, the methodological procedures for the application were presented; and in the fifth phase, the analysis of the produced material was conducted. The application took place in the school yard, an environment outside the classroom, two class hours were used, and the students were divided into six groups. The results of the teaching activities carried out with the students were analyzed, and observations were noted and recorded in the field diary. After analyzing this information, it was possible to observe that linking the teaching of Fractal Geometry with Geometric Progression through the Triminó Fractal can contribute to learning.

**Keywords:** Fractal Geometry; Geometric progression; Trimino

## **Introdução**

A observação da natureza de uma maneira mais detalhada nos permite perceber que os elementos que a compõem nem sempre seguem um padrão euclidiano. A Geometria Fractal foi construída diante das tentativas dos homens de entenderem tais formas, de estabelecerem uma ordem ao caos e de estudar 'monstros matemáticos' que desafiavam as noções comuns de infinito.

Entendemos que o estudo da geometria fractal na Educação Básica pode possibilitar que os alunos observem a natureza buscando encontrar padrões, levantar hipóteses e perceber que a matemática não está alheia aos movimentos da vida e do mundo. A nosso ver, o ensino de geometrias não deve ser reduzido apenas ao estudo lógico formal, a importância das geometrias está na possibilidade de criar, experimentar, levantar hipóteses, compreender que o conhecimento não é imutável.

Corroboramos com Freire e Macedo (1990), segundo os autores, a criatividade, a dúvida, a capacidade de arriscar-se e a curiosidade precisam ser estimuladas nos alunos pelos educadores, em vez de reforçar repetições puramente mecânicas de frases feitas.

Assim, esse trabalho se justifica como uma possibilidade de desenvolvermos atividade que envolvam Geometria Fractal com alunos da Educação Básica, buscando incentivar principalmente a curiosidade, o levantamento de hipótese, a busca por

padrões, a observação da natureza, a compreensão de conceitos matemáticos e os movimentos da vida.

Com os estudos acerca dos Fractais, nos aproximamos do Fractal Triminó de Barbosa (2005), isso despertou interesse de materializá-lo, pois o autor enfatiza que a utilização dele proporciona relações com conteúdo da Educação Básica, como exemplo a proporção, perímetro, área, volume, progressão geométrica, potenciação, entre outras, além de explorar o raciocínio lógico.

Assim, por meio desta pesquisa buscamos responder: como relacionar o ensino da Geometria Fractal com a Progressão por meio do Fractal denominado Triminó em uma turma de 2º ano do Ensino Médio?

O objetivo desta pesquisa foi abordar a Geometria Fractal, em particular o Fractal Triminó, em uma turma de 2º ano do Ensino Médio, relacionando com o ensino de Progressão Geométrica. Os objetivos específicos foram de favorecer e auxiliar o ensino da Progressão Geométrica, utilizando a propriedade da autossimilaridade que o Fractal Triminó apresenta.

## **Aporte teórico**

### **A Geometria Fractal**

Segundo Barbosa (2005), Benoit Mandelbrot foi quem deu início aos estudos de entidades geométricas chamadas fractais. Essas formas geométricas com propriedade incomum, considerada característica, que é a de possuir uma imagem de si mesma em cada uma das suas partes denominada como autossimilaridade. Barbosa (2005) define que:

[...] tais entidades (ou objetos) foram chamadas FRACTAIS pelo seu iniciador, Benoit Mandelbrot. Essas formas geométricas possuem, entre outras, uma propriedade especial, que pode ser considerada característica. Esses entes constituem uma imagem de si, própria em cada uma de suas partes. Segue que suas partes lhe são semelhantes; propriedade conhecida como autossimilaridade. Mandelbrot as denominou fractais, baseando-se no latim, do adjetivo fractus, cujo verbo frangere correspondente significa quebrar. criar fragmentos irregulares, fragmentar. Decorre que quando se diz Geometria Fractal refere-se ao estudo dos fractais.

De acordo com Barbosa (2015), como característica dos Fractais tem-se ainda a complexidade infinita, isso indica que nunca será possível representá-lo, ou seja, que se repete até o infinito. Outra característica é a dimensão que pode ser apresentada por valores não inteiros, diferentemente da Geometria Euclidiana.

Para Barbosa (2005), ao inserir os Fractais em sala de aula, novas possibilidades surgem, como exemplo ver formas na natureza que pareciam desconexas, mas que passam a visualizar um padrão estabelecido, a possibilidade de despertar interesse aumenta ainda mais se o professor tiver condições de contar com recursos tecnológicos.

Em pesquisas bibliográficas, Florentino e Ferreira (2015), Laurenço (2017) abordam o tema e fazem sugestões de como explorar os Fractais em sala de aula e como aproximar o docente com a Geometria Fractal. Laurenço (2017) descreve acerca das possibilidades de aplicações, citando os vários fractais que constam na obra de Barbosa (2005), uma delas é com Fractal Triminó. Laurenço (2017, p.71) considera que:

[...] os fractais podem representar uma importante ferramenta para que o desenvolvimento de alguns conteúdos matemáticos ocorra de forma dinâmica, visto que tal dispositivo não deixa de ser algo novo e visualmente atraente. Desse modo, buscamos, aqui, oferecer aos professores de ensino médio algumas atividades que levem os alunos ao desenvolvimento de habilidades relacionadas à percepção e formalização de padrões, assim como o desenvolvimento do conteúdo de sequências numéricas.

Em sua obra, Barbosa (2005, p.19) afirma que “simplesmente convir uma conceituação simples e de fácil compreensão e entendimento. Bastará considerarmos a autossimilaridade. [...]”, sendo suficiente para utilizar a Geometria Fractal em sala de aula.

As justificativas de Barbosa (2005) para a inclusão da Geometria Fractal em sala de aula, são consideráveis, tais como vínculo com outras ciências, estudo de formas da natureza, vislumbrar o belo dos fractais desenvolvendo a noção estética, observar a ordem dentro de uma aparente desordem. Assim ele incentiva o professor a inserir em suas aulas o tema, de uma forma apropriada, para contribuir com o aprendizado dos educandos.

Utilizaremos os encaminhamentos metodológicos para explicitar as cinco fases da pesquisa, com a intenção de elucidar ao leitor todo o movimento feito pelos pesquisadores e pesquisados.

## Encaminhamentos metodológicos

Para melhor detalhamento do desenvolvimento da pesquisa, a descreveremos em cinco fases como apresentadas a seguir: Primeira Fase: Aproximação teórica com o Fractal Triminó; Segunda Fase: Fractal Triminó e sua construção; Terceira Fase: Aplicação Piloto do Fractal Triminó; Quarta Fase: Aplicando o Fractal Triminó associando Progressão Geométrica no 2º ano do Ensino Médio; Quinta Fase: Análise do material.

### Primeira Fase: Aproximação teórica com o Fractal Triminó.

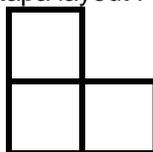
Pela obra de Barbosa (2005), foi possível nos aproximarmos da Geometria Fractal bem como de seu uso em sala de aula. O Fractal Triminó, nos pareceu uma boa opção, sua construção era viável, gerando um material manipulável para trabalhar com a matemática, possibilitando conexões com temas da Educação Básica.

O Quadro 1 apresenta a descrição dos passos para a montagem do Fractal Triminó:

**Quadro 1:** Etapas para montagem do Fractal Triminó

1ª Etapa: para aplicar o Fractal Triminó, apresenta-se o primeiro layout, similar ao L, com 3 peças, conforme figura 1;

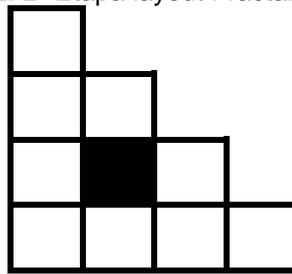
**Figura 1:** 1ª Etapa layout Fractal Triminó



Fonte: Autoria própria

2ª Etapa: em seguida instruir de que a cada peça será substituído por um triminó (3 peças mantendo o layout inicial), assim passamos de 3 para 9 peças, conforme figura 2;

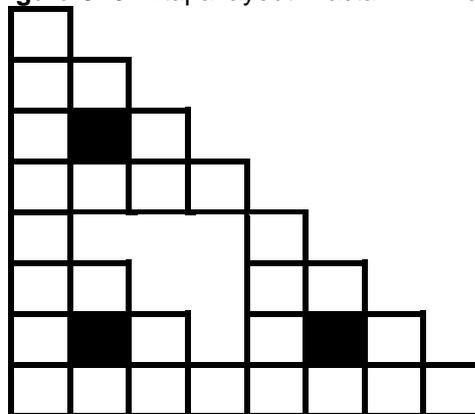
**Figura 2:** 2ª Etapa layout Fractal Trimino



Fonte: Autoria própria

3ª Etapa: substituir cada peça por um trimino, passando de 9 para 27 peças, conforme figura 3;

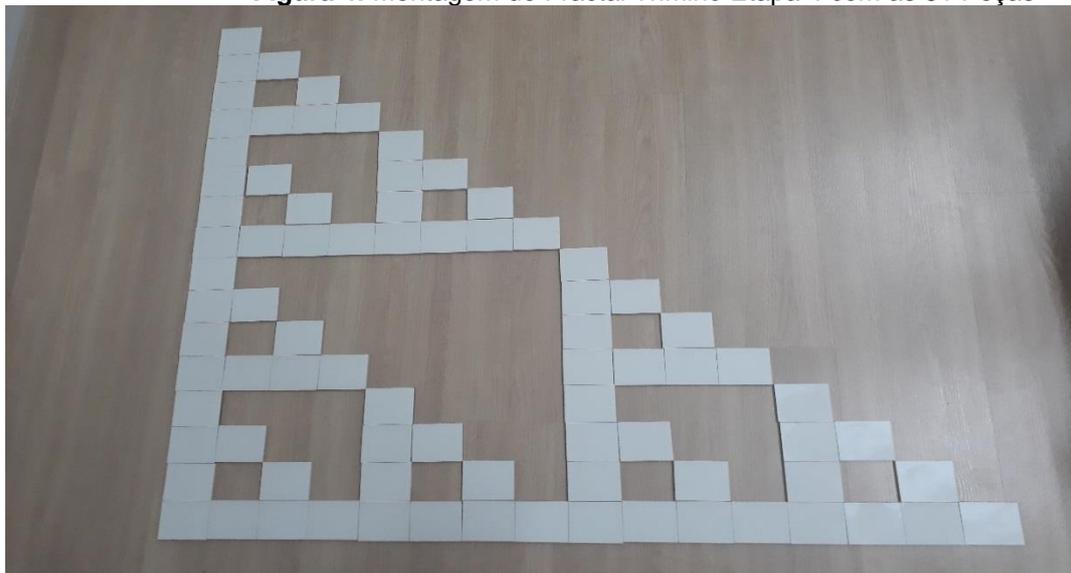
**Figura 3:** 3ª Etapa layout Fractal Trimino



Fonte: Autoria própria

4ª Etapa: substituir cada peça por um trimino, passando de 27 para 81 peças, conforme figura 4.

**Figura 4:** Montagem do Fractal Trimino Etapa 4 com as 81 Peças



Fonte: Autoria própria

Fonte: Autoria própria, 2022.

## **Segunda Fase: Fractal Triminó e sua construção.**

Definido que trabalharíamos com o Fractal Triminó, optamos por produzir o material em madeira, sendo o seu formato quadrado, o qual denominamos de peças.

Como trata-se de peças para um manuseio e para ter um acabamento mais agradável ao tato, buscamos opinião de um profissional, no caso um marceneiro que mostrou os materiais possíveis de se utilizar. Optamos pelo material em MDF<sup>4</sup> usada para o forro dos móveis que possui 0,6 cm, pois o marceneiro dispunha de vários retalhos (são sobras de material), além do que sua espessura se mostrava mais prática para pequenos recortes. O tamanho escolhido foi de 7 cm<sup>2</sup> seria o mais adequado para a confecção das peças facilitando o corte e para o manuseio do Fractal Triminó.

Foram confeccionados um total de 330 peças, que foram divididas em 4 conjuntos de 81 peças, esta quantidade foi necessária para executar a quarta etapa da montagem do Fractal, conforme figura 4 e com uma sobra de 6 peças, que podem ser úteis em caso de perda ou possíveis danos. A implementação foi realizada em grupos de alunos, promovendo maior interação entre eles.

## **Terceira Fase: Aplicação Piloto do Fractal Triminó.**

Julgamos importante apresentar algumas informações necessárias que foram úteis para auxiliar na construção da presente pesquisa, no entanto seremos sucintos pois essa etapa foi a aplicação piloto, realizada em março de 2022, em uma turma com 32 alunos.

O primeiro ponto que constatamos com a aplicação piloto foi a necessidade de adequação do número de peças do Fractal Triminó. Com o número de peças disponibilizadas, as equipes acabaram por serem formadas por uma média de oito alunos. Percebemos que ao formar equipes com mais que 6 alunos, alguns ficariam sem função e acabariam não participando de forma efetiva. A quantidade de peças construídas é suficiente para uma turma de 24 alunos, mas como a turma que será desenvolvida a atividade conta 40 alunos, construímos mais 162 peças de EVA, que formaram mais 2 conjuntos.

---

<sup>4</sup> MDF – (Medium Density Fiberboard) Fibras de média densidade, é um material uniforme resultado da aglutinação de fibras de madeira com resina sintética.

Na aplicação do projeto piloto utilizamos 2 horas aulas, sendo este o tempo que consideramos necessário. Como as turmas são numerosas a sala ficou pequena para a montagem, então o pátio se tornou local adequado, e os alunos desfrutam do aspecto agradável de estudar matemática, sendo um cenário diferente da sala de aula. Durante a aplicação do projeto, observou-se a falta de uma Atividade de Ensino (AE), para os alunos registrarem suas observações e o desenho formado, pois ao executar a 4ª etapa todas as peças disponíveis seriam utilizadas, dificultando comparações com as etapas anteriores. Notou-se que fez falta e que esta poderia facilitar que eles chegassem às conclusões. Outra parte importante foi o retorno para a sala de aula para que pudéssemos fazer as conclusões, explorações e as associações que desejávamos.

#### **Quarta Fase: Aplicando o Fractal Triminó associando Progressão Geométrica no 2º ano do Ensino Médio.**

Os participantes da pesquisa foram os alunos da turma do 2º ano do Ensino Médio do Colégio Estadual de Campo Mourão. A turma era constituída de 40 alunos, porém no dia da aplicação compareceram 36 alunos, o qual possibilitava 6 grupos de 6 alunos. Na segunda aula mais um aluno chegou e foi integrado em um dos grupos, ficando assim um grupo com 7 alunos, totalizando 37 participantes.

Sobre a formação dos grupos, o critério utilizado foi o de livre escolha entre os alunos, a única exigência era a quantidade de alunos em cada equipe. Os grupos foram denominados G1, G2, ..., G6 e os alunos A1, A2, ..., A50. Sendo o número que acompanha a letra A o número da Registro de Classe Online (RCO). Durante o ano ocorre a transferência de alunos na escola, desta forma o número do RCO vai aumentando, conforme chegam de outra escola, enquanto o número daquele que saiu não é mais utilizado.

#### **Quadro 2: Etapas para montagem do Fractal Triminó**

A estruturação das equipes ficou assim denominadas:

G1→participante: A2, A24, A37, A39, A41, A49

G2→participante: A4, A10, A14, A19, A27, A29

G3→participante: A15, A16, A18, A25, A30, A35

G4→participante: A3, A8, A12, A28, A32, A47

G5→participante: A1, A5, A22, A33, A35, A45, A48

G6→participante: A6, A20, A26, A43, A46, A50

Fonte: Autoria própria, 2022

A formação foi de seis grupos, porque o material a ser utilizado, o Fractal Trimínó, foi confeccionado com 6 conjuntos de 81 peças. Sendo 4 conjuntos de 81 peças em madeira (MDF), totalizando 324 peças. Os outros 2 conjuntos foram produzidos utilizando o material EVA<sup>5</sup> de várias cores, perfazendo 162 peças. O número de peças foi aumentado devido a quantidade de alunos, com mais conjuntos os grupos podem ser formados com menor quantidade de alunos.

Com os grupos formados, comunicamos aos alunos que iríamos fazer a atividade em outro local, primeiramente um membro de cada grupo, deveriam levar caderno como apoio, lápis ou caneta, para fazerem anotações do grupo. Então, todos juntos iriam se deslocar ao pátio da escola, na área coberta.

Após todos estarem no pátio, os grupos foram posicionados de modo que tivessem espaço para montarem o Fractal e ficassem distantes um do outro. Entregamos a cada grupo a Atividade de Ensino (AE) e um conjunto com 81 peças, necessárias para montar o Fractal Trimínó.

A AE foi desenvolvida com perguntas, para serem respondidas conforme as etapas do Fractal Trimínó fosse acontecendo. As atividades possibilitaram que os alunos fossem registrando suas respostas e observações.

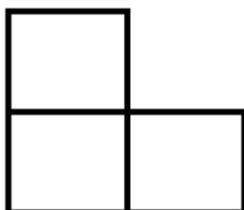
### Quadro 3: Atividade de Ensino do Fractal Trimínó

#### Atividade de ensino do Fractal Trimínó

Primeira Fase: Construção do Fractal Trimínó

Etapa 1

1) Monte o trimínó conforme o layout indicado abaixo:



Etapa 2

2) Substitua cada peça (quadrado) por um trimínó (□).

3) Registre abaixo, em forma de desenho, o que vocês montaram nesta etapa.

4) Qual a quantidade de peças necessária para esta montagem?

5) Converse com seu grupo e escrevam o que foi observado que ocorreu entre a primeira e a segunda etapa.

Etapa 3

6) Partindo da etapa 2, substitua cada peça por um trimínó (□).

7) Registre abaixo, em forma de desenho, o que vocês montaram nesta etapa.

<sup>5</sup> EVA – Etileno Acetato de Vinila – é um polímero emborrado, flexível, com propriedades adesivas e componentes à prova d'água.

- 8) Qual a quantidade de peças necessária para esta montagem?  
 9) Converse com seu grupo, e registrem o que vocês observaram que ocorreu entre a segunda e a terceira etapa.

Etapa 4

- 10) Partindo da etapa 3, substitua cada peça por um triminó ()  
 11) Registre abaixo, em forma de desenho, o que vocês montaram nesta etapa.  
 12) Qual a quantidade de peças necessária para esta montagem?  
 13) Converse com seu grupo, e registrem o que vocês observaram que ocorreu entre a terceira e a quarta etapa.  
 14) Se fosse necessária uma quinta etapa, quantas peças seriam necessárias?  
 Segunda fase da aplicação  
 15) Qual a quantidade de peças foi necessária para a montagem de cada Etapa? Complete o quadro abaixo:

	ETAPA 1	ETAPA 2	ETAPA 3	ETAPA 4
Quantidade de peças				
	ETAPA 5	ETAPA 10	ETAPA 100	ETAPA N
Quantidade de peças				

Fonte: Autoria própria, 2022

Orientamos que iríamos realizar a atividade em etapas e à medida que fossemos avançando a AE deveria ser preenchida registrando as respostas do grupo. Durante a aplicação não foi realizada qualquer interferência, apenas fomos observando e lembrando aos alunos de que não poderiam deixar de responder.

O tempo da montagem das quatro etapas do Fractal foi próximo de 50 minutos. Finalizado este processo retornamos para a sala de aula. Com todos reunidos utilizando o quadro branco, dialogando com os alunos, fomos registrando o que foi encontrado em cada etapa, e com a participação da turma chegamos ao termo geral  $a_n = 3 \cdot 3^{n-1}$  (n é o número da etapa), associado com a PG.

Para além das AE, consideramos o diário de campo<sup>6</sup> da pesquisadora e diálogos com a professora regente da turma.

### Quinta Fase: Análise do material

Nesta fase estão descritos e analisados os resultados obtidos com a aplicação da fase quatro descrita anteriormente. Os resultados da quinta fase estão apresentados nos resultados e discussões.

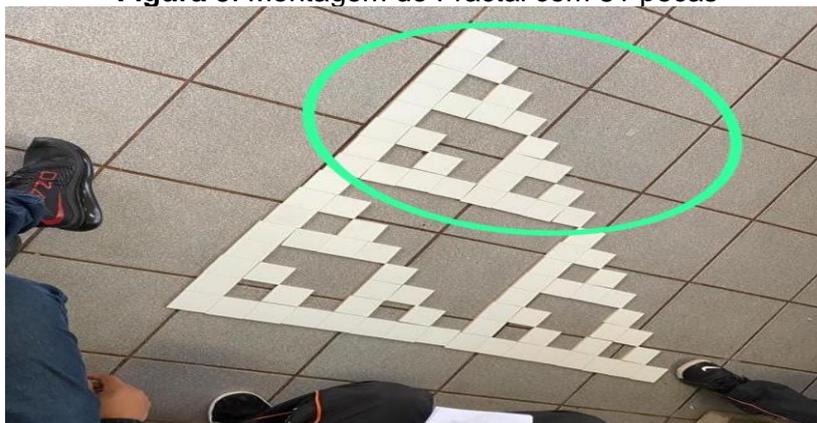
<sup>6</sup> Diário de campo – Anotações registradas pela pesquisadora durante a aplicação do Fractal Triminó.

## **Resultados e Discussão**

Procurando incentivar a criatividade, a dúvida, a capacidade de arriscar-se e a curiosidade propostas por Freire e Machado (1990) baseado no Fractal Triminó proposto por Barbosa (2005) iniciamos a AE com os alunos. Na 1ª etapa, todos os grupos compreenderam o layout proposto e executaram com muita tranquilidade. Na 2ª etapa todos os grupos montaram com segurança, registraram na AE o desenho formado e responderam corretamente a quantidade de peças utilizadas. Todos os grupos concluíram que o número de peças utilizado na 2ª etapa era 3 vezes maior em relação a 1ª etapa, e ainda que o layout permanecia o mesmo, porém maior.

Na 3ª etapa, a montagem não foi tão rápida. Os integrantes dos grupos precisaram interagir mais, montar estratégias para concluir e discutir a melhor forma de executá-la. O diálogo se tornou uma importante ferramenta entre os grupos. Para Freire (1979) o que caracteriza a comunicação enquanto este comunicar comunicando-se, é que ela é dialógica, assim como o diálogo é comunicativo. “A tarefa do educador, então, é a de problematizar aos educando o conteúdo que os mediatiza, e não a de dissertar sobre ele, de dá-lo, de estendê-lo, como se tratasse de algo já feito, elaborado, acabado, terminado (Freire, 1979, p.81)”. Com muito diálogo entre os integrantes dos grupos, todos montaram corretamente e acertaram a quantidade de peças utilizadas nesta etapa e registraram o layout. As duas equipes que estavam com o material em EVA, tiveram maior dificuldade na montagem, uma vez que, como as peças eram muito leves, as elas saíam com facilidade da posição em que eram colocadas.

Montando a 4ª etapa, os grupos levaram mais tempo, e foi preciso que se estabelecesse o diálogo entre eles. Além do layout maior, a quantidade de peças também exigiu mais dos grupos. Desta forma a dificuldade dos grupos com material em EVA foi maior em relação a etapa anterior e aos outros grupos. A busca pela ordem dentro de uma aparente desordem, o belo e o desenvolvimento da noção de estética (Barbosa, 2005) eram temas recorrentes nos debates dos grupos.

**Figura 5:** Montagem do Fractal com 81 peças

Fonte: Autoria própria, 2022

Os grupos, por meio de diálogos e negociações, constataram que a cada etapa o número de peças era 3 vezes maior do que a anterior, isto até a etapa 5. Esta verificação ficou clara ao olharmos a tabela da segunda fase da aplicação, como mostra no exemplo da Figura 6.

**Figura 6:** Tabela da AE preenchida pelo G5

Segunda fase da aplicação

15) Qual a quantidade de peças foi necessária para a montagem de cada Etapa? Complete o quadro abaixo:

	ETAPA 1	ETAPA 2	ETAPA 3	ETAPA 4
Quantidade de peças	3	9	27	81
	ETAPA 5	ETAPA 10	ETAPA 100	ETAPA N
Quantidade de peças	243	59.049		

necessário multiplicar o resultado da etapa anterior por 3.

Fonte: Autoria própria, 2022

Então, das etapas 1 até a 5 todos os grupos colocaram a quantidade correta de peças. Aproveitando que os grupos estavam envolvidos com a construção do Fractal Triminó e com o objetivo de trabalharmos com Progressão Geométrica, indagamos os grupos acerca da quantidade para etapa 10:

- G1 pegou o resultado etapa 5 e multiplicou por 10;
- G2 fez o mesmo, ou seja, pegou o resultado etapa 5 e multiplicou por 10, conforme figura 7;

**Figura 7:** Tabela da AE preenchida pelo G2

Segunda fase da aplicação

15) Qual a quantidade de peças foi necessária para a montagem de cada Etapa? Complete o quadro abaixo:

	ETAPA 1	ETAPA 2	ETAPA 3	ETAPA 4
Quantidade de peças	3	9	27	81
	ETAPA 5	ETAPA 10	ETAPA 100	ETAPA N
Quantidade de peças	243	2.430	24.300	

Fonte: Autoria própria, 2022.

- G3 confundiu a etapa 10 com a etapa 6, ou seja, multiplicou a etapa 5 por 3, conforme figura 8;

**Figura 8:** Tabela da AE preenchida pelo G3

Segunda fase da aplicação

15) Qual a quantidade de peças foi necessária para a montagem de cada Etapa? Complete o quadro abaixo:

	ETAPA 1	ETAPA 2	ETAPA 3	ETAPA 4
Quantidade de peças	3	9	27	81
	ETAPA 5	ETAPA 10	ETAPA 100	ETAPA N
Quantidade de peças	243	729	2.187	6561

Fonte: Autoria própria, 2022

- G4 ocorreu o mesmo do G3;
- G5 respondeu corretamente, conforme Figura 6;
- G6 deixou em branco, este grupo foi um dos que utilizaram as peças em EVA, isto os deixou muito atrasados em relação aos outros grupos.

Na sequência da tabela estava para responder qual a quantidade de peças seria utilizada para etapa 100. Nenhuma equipe conseguiu responder corretamente a atividade e nenhuma relacionou com o conteúdo de Progressão Geométrica.

- G1 não respondeu;
- G2 pegou o resultado etapa 5 e multiplicou por 100, conforme Figura 7;

- G3 confundiu a etapa 100 com a etapa 7, ou seja, multiplicou a etapa 10 por 3 (lembrando que na etapa 10 já tinham se confundido com a etapa 6), conforme figura 8;

- G4 aconteceu o mesmo que o G3;
- G5 não respondeu;
- G6 não respondeu.

Ao elaborarmos a atividade, acreditávamos que os alunos iriam conseguir notar que o padrão estabelecido de uma etapa para outra, em relação ao número de peças, pode ser descrito por uma progressão geométrica. Na etapa 1 temos 3 triângulos, na etapa 2 temos 9 triângulos, e assim por diante. Ou seja, na etapa  $n$  teríamos  $3^n$ , onde  $n$  representa o número da etapa. Assim solicitamos que eles estabelecessem o termo geral para a etapa  $n$ . Nenhum grupo conseguiu responder corretamente. Apenas o grupo G3 respondeu, conforme Figura 7, porém seguiram confundindo, no caso, com a etapa 8. Todos os outros grupos deixaram em branco.

Identificando que todos os grupos tiveram dificuldade para preencher a tabela e que não conseguiram estabelecer o termo geral da progressão geométrica, voltamos com os alunos para a sala de aula, então fomos para o quadro para retomar o conteúdo explorando o Fractal.

Perguntamos para todos quais foram as quantidades encontradas nas 4 etapas, o qual prontamente responderam 3, 9, 27, 81. À medida que fomos dialogando, fomos anotando no quadro. Em seguida perguntamos o que a sequência de números lembrava, muitos alunos responderam PG (Progressão Geométrica). Ao questionarmos qual seria a razão desta PG, e disseram 3, relembramos como poderíamos determinar o 100 termo a partir do termo geral, desta forma fomos montando com eles. Percebemos que apesar de nenhum grupo ter conseguido chegar ao termo geral, sem a nossa ajuda, o uso do Fractal Triminó e as discussões em sala possibilitaram que eles compreendessem e fizessem ligação com os conceitos de Progressão Geométrica e o Fractal Triminó, que era o nosso objetivo.

Ou seja, o uso do Fractal Triminó foi uma ferramenta importante para que os alunos pudessem retornar e melhor compreender o conceito de PG. Oferecendo uma representação visual e prática do conceito. Por meio da construção, da análise e das discussões em sala, os alunos puderam desenvolver uma melhor compreensão das propriedades da PG. Assim como afirma Laurenço (2017, p.71), atividades como

essas possibilitam o desenvolvimento de habilidades relacionadas à percepção e formalização de padrões;

Passamos para as discussões do desenho, nas AE todos os grupos registraram os layouts das quatro etapas. Procurando incentivar a curiosidade, o levantamento de hipóteses e a busca por padrões, perguntamos aos alunos o que eles notaram que foi acontecendo a cada etapa. Eles responderam que os layouts eram parecidos e que a cada etapa ficavam maiores. Explicamos a eles que se tratava de uma característica chamada autossimilaridade, que neste caso se repete em escala cada vez maiores, sendo uma propriedade da Geometria Fractal. Usando o Fractal Triminó construído por eles, conversamos sobre autossimilaridade fractal, que é uma característica encontrada em objetos que possuem padrões semelhantes em diferentes escalas de tamanho, ou seja, uma parte menor do objeto se assemelha ao objeto inicial.

Perguntamos quem tinha ouvido falar sobre os Fractais, todos responderam que não. Então explicamos que eles montaram quatro etapas o Fractal Triminó. Explicamos a eles que os Fractais podem ser encontrados na natureza, como exemplo a samambaia, presente em muitas residências, cujas folhas apresentam imitações menores de si mesmas. Citamos outros exemplos como floco de neve, os galhos das árvores que parecem mini árvores, o girassol, os vasos sanguíneos do corpo humano, entre outros. Estas colocações geraram muitos diálogos e surpresas aos alunos.

Conseguimos despertar o interesse dos alunos em observar a natureza e a compreensão que a matemática não é apenas um conjunto de fórmulas, números e figuras, a matemática está presente nos movimentos da vida. A importância da matemática não se encontra apenas no rigor, mas na possibilidade de criar, levantar hipótese, observar a natureza, observar os movimentos e na compreensão que o conhecimento não é imutável.

### **Considerações finais**

A possibilidade de trabalhar com a Geometria Fractal na sala de aula, relacionando com outro conteúdo foi o grande incentivo que tivemos para realizar esta pesquisa. O pouco espaço para a montagem na sala de aula, nos levou a realizar a aplicação no pátio da escola, isto agregou muito, pois proporcionou maior descontração e liberdade para os alunos se movimentarem, além de estudar

matemática num cenário diferente da sala de aula. Ao executar a 3<sup>o</sup> e 4<sup>a</sup> etapas, os alunos precisaram utilizar o raciocínio lógico, perceber o que estava ocorrendo entre as etapas, mas principalmente tiveram a necessidade de trabalhar em equipe, trocar informações para conseguir executar a etapa de modo coerente.

Realizadas todas as etapas do Fractal Triminó, apresentado no quadro os resultados que eles encontraram, os alunos perceberam a Progressão Geométrica implícita, da mesma forma também constataram a autossimilaridade a qual explicamos que se trata de uma característica da Geometria Fractal, por meio da visualização e execução da montagem da atividade.

Considerando o desempenho dos alunos na montagem da aplicação e suas respostas interativas ao trabalharmos no quadro, o objetivo de abordar a Geometria Fractal, em particular o Fractal Triminó, em uma turma de 2<sup>o</sup> ano do Ensino Médio, relacionando com o ensino de Progressão Geométrica, foi satisfatória. A utilização do material manipulável em MDF agradou e proporcionou uma visualização do aumento do layout.

O Fractal Triminó favoreceu e auxiliou o ensino da Progressão Geométrica, por ter conduzido os Grupos a perceberem as quantidades de peças a cada etapa montada e detectarem qual era a razão da PG. Eles perceberam a autossimilaridade que o Fractal Triminó apresentou, mesmo desconhecendo esta palavra, a qual serviu de ponte para explanarmos sobre a Geometria Fractal, citando exemplos que fazem parte do conhecimento deles.

Com a aplicação do Fractal Triminó, conforme figura 9, foi muito satisfatório, presenciar o desenvolvimento dos alunos, como uma atividade pode-se chegar a um conteúdo que leva a um novo tema. E o momento foi muito significativo, os alunos desta turma estudaram o conteúdo de Progressão Geométrica no início do ano, e o Fractal Triminó chegou para favorecer o aprendizado. A educação está sempre nos provocando, lançando desafios, nos ensinando, para que no final o aluno possa ser o principal beneficiado.

Entendemos, que a atividade desenvolvida provocou os alunos para que eles pudessem observar a natureza buscando encontrar padrões, levantar hipóteses e perceber que a matemática não está alheia aos movimentos da vida e do mundo.

**Figura 9: Montagem do Fractal Triminó**

Fonte: Autoria própria (2022)

Assim, entendemos que esse trabalho se justifica como uma possibilidade de desenvolvermos atividade de geometrias, diferente da Geometria Euclidiana, buscando incentivar principalmente a curiosidade, o levantamento de hipótese, a busca por padrões, a observação da natureza, a compreensão de conceitos matemáticos e os movimentos da vida.

## Referências

BARBOSA, R. M. **Descobrimo a geometria fractal: para a sala de aula**. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2005.

FREIRE, P. **Extensão ou Comunicação? Santiago de Chile: Instituto de Capacitación e Investigación en Reforma Agrária**, 1979.

FREIRE, P.; MACEDO, D. **Alfabetização: leitura do mundo leitura da palavra**. Tradução de Lólio Lourenço de Oliveira. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1990.

FLORENTINO, R. M. E.; FERREIRA, G. S. S. A Associação de Progressão Geométrica com Geometria Fractal aplicada no Ensino Médio. Juazeiro do Norte: IFCE, 2015. **8 f.** VIII Colóquio de Matemática do IFCE-Campus Juazeiro do Norte.

LAURENÇO, A. DE C. **Investigação Matemática por meio de Fractais**. 2017. 82 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Vitória da Conquista.