

PORTFEM: DESENVOLVIMENTO DE UM SOFTWARE LIVRE DE ELEMENTOS FINITOS PARA PÓRTICOS PLANOS

*PORTFEM: DEVELOPMENT OF A FINITE ELEMENT OPEN SOURCE SOFTWARE
FOR PLANE FRAMES*

Yuri Guedes Ferreira¹
Lucas Lisbôa Vignoli²
Janaina Gomide³
Marcelo Costa Cardoso⁴

Resumo

O objetivo deste trabalho é apresentar o produto educacional PortFEM, um software livre desenvolvido para dimensionar pórticos planos. Este tipo de estrutura é amplamente utilizado em indústrias para operações de içamento e movimentação de cargas. Considerando como motivação a vasta gama de aplicação dos pórticos planos, o PortFEM é um produto desenvolvido de forma interdisciplinar envolvendo conceitos de computação para o ensino de análise estrutural nas engenharias. O presente software calcula as tensões e deformações máximas em pórticos planos utilizando o método dos elementos finitos com uma interface amigável e fácil utilização. O trabalho mostra o embasamento teórico do programa, sua implementação e o processo de criação da interface. A partir do modelo discretizado, as equações são implementadas computacionalmente de forma matricial. Para validação, utilizou-se uma análise comparativa com o software Ftool, que é um software já consolidado para análise de estruturas, demonstrando a capacidade do PortFEM como uma ferramenta auxiliar no dimensionamento de pórticos planos. Os resultados apresentados indicam a convergência dos valores obtidos nos dois softwares para três estudos de casos. Apesar do Ftool ser um software mais abrangente, podendo analisar estruturas mais complexas, o PortFEM se mostrou mais eficiente para o estudo de pórticos planos considerando a sua usabilidade.

Palavras-chave: Método de Elementos Finitos; Pórtico Plano; Software Educacional.

Abstract

The goal of this work is to present the educational product namely PortFEM, a free software developed to design plane frames. This type of structure is widely used in industries for lifting and moving loads. Considering the wide range of applications of plane frames as motivation, PortFEM is a product developed in an interdisciplinary

¹ Bacharel em Engenharia Mecânica e Engenheiro de Operações e Projetos na TechnipFMC.

² Doutor em Engenharia Mecânica e Professor do Instituto Politécnico, Centro Multidisciplinar, UFRJ.

³ Doutora em Engenharia de Sistemas e Computação e Professora do Instituto Politécnico, Centro Multidisciplinar, UFRJ.

⁴ Doutor em Engenharia Metalúrgica e Professor do Instituto Politécnico, Centro Multidisciplinar UFRJ.

manner involving computing concepts for teaching structural analysis in engineering courses. This software computes the maximum stresses and strains in plane frames using the finite element method with a friendly and easy-to-use interface. First, the theoretical basis of the program is introduced, followed by its implementation and the interface creation process. From the discretized model, the equations are computationally implemented in a matrix form. For validation, a comparative analysis is performed using the Ftool software, which is a consolidated software for structural analysis, demonstrating the capability of the PortFEM as an auxiliary tool in the design of plane frames. The results presented indicate the convergence of the values obtained in both softwares for three case studied. Although Ftool is a more general software, capable of analyzing more complex structures, PortFEM proved to be more efficient for studying plane frames concerning its usability.

Keywords: Finite Element Method; Flat Portico; Educational Software.

Introdução

Os pórticos são estruturas formadas pela associação de barras e vigas, resultando em um conjunto de elementos situados em um plano, com carregamento atuante no mesmo plano do sistema estrutural, que garantem a estabilidade e a resistência a esforços normais, cortantes e de flexão (Martha, 2010).

Na ciência e engenharia muitos fenômenos podem ser descritos através de equações diferenciais. Resolver essas equações para formas arbitrárias acaba sendo uma tarefa árdua, analiticamente, necessitando de uma abordagem numérica. A abordagem numérica mais usada é o Método dos Elementos Finitos (MEF), que resolve essas equações parciais de uma maneira aproximada (Kang; Lee, 2021).

A ideia central do MEF é discretizar o corpo analisado em elementos finitos (partes menores) que são conectados por nós. Essa estrutura contendo a divisão do corpo em elementos conectados por nós é chamada de malha (Fish; Belytschko, 2007). Esses nós se deslocam devido a aplicação de esforços externos e acabam fornecendo respostas que são utilizadas para se estudar o comportamento do corpo como um todo.

O presente trabalho tem o objetivo de mostrar o desenvolvimento de um software, o PortFEM, que é um produto educacional para auxiliar no projeto de pórticos, sem a necessidade de conhecimentos prévios do MEF, e sendo uma ferramenta de fácil utilização, podendo ter uma abrangência no ensino de engenharia e em diversos setores industriais (Melo et al., 2023).

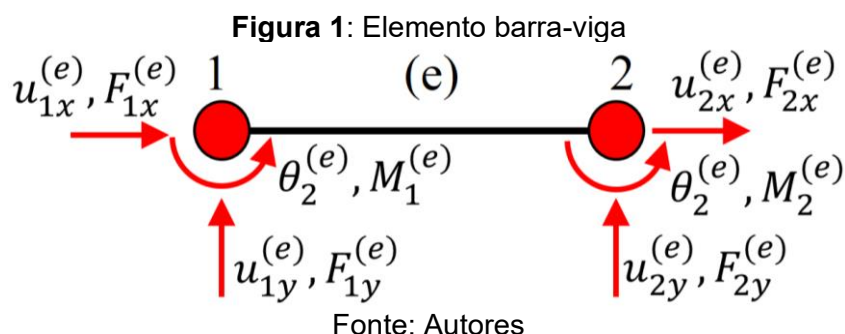
Aporte teórico

Este capítulo se inicia buscando trazer ao leitor o entendimento da diferença entre um sistema contínuo e um discreto e a importância da discretização para a análise de estruturas. Em seguida, introduz-se o Método dos Elementos Finitos para os elementos de barra, viga e viga-barra (que é o elemento que faz a junção dos dois).

Ao se fazer uma análise discreta, o objetivo é encontrar deslocamentos-chaves de determinados pontos (nós) na estrutura. Para isso, a estrutura é simulada como uma montagem de elementos que têm um comprimento finito e são unidos por nós. Os nós precisam ser escolhidos para que seus deslocamentos representem o deslocamento real da estrutura. A partir do conhecimento dos deslocamentos dos nós, pode-se aproximar o comportamento interno de cada elemento (Alves Filho, 2013).

A passagem do modelo estrutural (ou matemático) para o modelo discreto é chamada de discretização. A discretização divide a estrutura em elementos menores que estão relacionados com inúmeras equações algébricas, essas equações definem as características em pontos específicos e estratégicos da estrutura, os valores intermediários são obtidos por interpolação polinomial, tendo o seu erro considerado aceitável se a discretização for bem-feita (Alves Filho, 2013).

Para se desenvolver um pórtico é necessário utilizar o elemento do tipo viga-barra. Um elemento barra-viga de dois nós é mostrado na Figura 1, onde cada nó tem três graus de liberdade, resultando em seis graus de liberdade do elemento.



Considerando um material em regime linear e elástico, a relação constitutiva de um elemento pode ser escrita como $\{f^{(e)}\} = [K^{(e)}]\{d^{(e)}\}$, onde $\{f^{(e)}\}$ é o vetor de forças e momentos internos do elemento, $[K^{(e)}]$ é a matriz de rigidez do elemento e $\{d^{(e)}\}$ é o vetor de deslocamentos nodais. Para o elemento barra-viga apresentado na

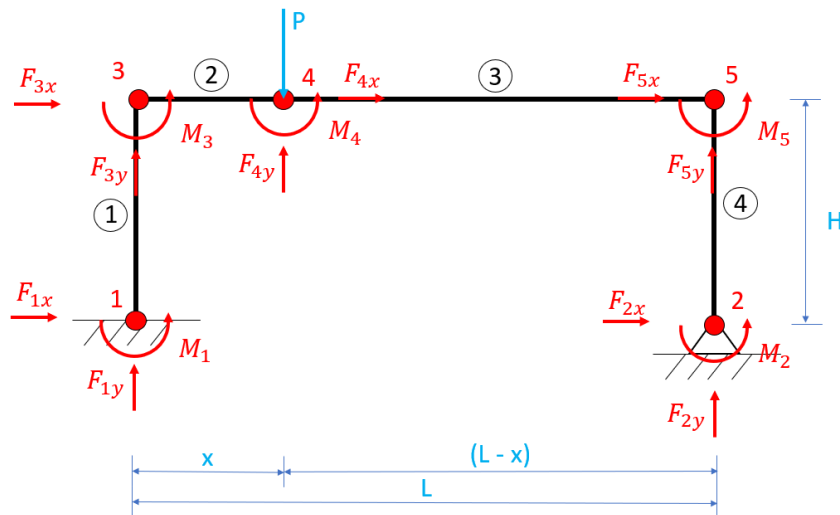
Figura 1, a relação constitutiva é definida pela seguinte equação (Fish; Belytschko, 2007).

$$\begin{Bmatrix} F_{1x}^{(e)} \\ F_{1y}^{(e)} \\ M_1^{(e)} \\ F_{2x}^{(e)} \\ F_{2y}^{(e)} \\ M_2^{(e)} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 & -a & 0 & 0 \\ 0 & 12b & 6bL^e & 0 & -12b & 6bL^e \\ 0 & 6bL^e & 4bL^{e2} & 0 & -6bL^e & 2bL^{e2} \\ -a & 0 & 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & -12b & -6bL^e & 0 & 12b & -6bL^e \\ 0 & 6bL^e & 2bL^{e2} & 0 & 6bL^e & 4bL^{e2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{1x}^{(e)} \\ u_{1y}^{(e)} \\ \theta_1^{(e)} \\ u_{2x}^{(e)} \\ u_{2y}^{(e)} \\ \theta_2^{(e)} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

onde $a = E^e A^e / L^e$, $b = E^e I^e / L^e$, E^e é o módulo de elasticidade do material, A^e é a área da seção transversal, L^e é o comprimento do elemento e I^e é o segundo momento de inércia de área.

O pórtico estudado é do tipo plano, tem como modelo estrutural a configuração mostrada na Figura 2, sendo este discretizado com 4 elementos e 5 nós. Adicionalmente, tem um apoio de engaste no apoio 1 e um de segundo gênero no apoio 2 (Martha, 2010), uma altura H e comprimento L, uma força pontual P agindo sobre ele (que representa a carga de içamento) na direção negativa do eixo y que está sendo aplicada a uma distância x do apoio 1. Os valores de H, L, P e x serão indicados pelo usuário do software.

Figura 2: Discretização do pórtico



Fonte: Autores

Para obter a equação global do sistema, é necessário realizar o procedimento de montagem dos 4 elementos da estrutura. Para isso, é necessário utilizar dois operadores matriciais. O primeiro é a matriz de rotação do elemento, uma vez que nem todos os elementos estão na horizontal, conforme apresentado na Figura 1. Como apenas os elementos 1 e 4 estão na vertical, só estes precisam deste operador, que é definido por (Alves Filho, 2013)

$$[R^{(1)}] = [R^{(4)}] = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

O segundo operador é necessário para realizar a montagem da estrutura, de tal forma a montar a matriz de rigidez de cada elemento em relação a numeração global (FISH e BELYTSCHKO, 2007). Este operador é definido inicialmente por $[T^{(e)}] = \text{zeros}(gdl_{ele}, gdl_{sis})$, onde gdl_{ele} é o número de graus de liberdade de cada elemento e gdl_{sis} é o número de graus de liberdade do sistema. Como cada elemento tem 2 nós, o sistema tem 5 nós, e cada nó tem 3 graus de liberdade, tem-se que $[T^{(e)}] = \text{zeros}(6,15)$. A seguir, basta associar os graus de liberdade de cada elemento com os graus de liberdade do sistema substituindo 0 por 1 na matriz $[T^{(e)}]$ utilizando a compatibilidade entre os graus de liberdade. Para a estrutura apresentada na Fig. 2, as linhas e colunas não-nulas do operador $[T^{(e)}]$ são: $T_{1,1}^{(1)} = T_{2,2}^{(1)} = T_{3,3}^{(1)} = T_{4,7}^{(1)} = T_{5,8}^{(1)} = T_{6,9}^{(1)} = 1$ para o elemento 1; $T_{1,7}^{(2)} = T_{2,8}^{(2)} = T_{3,9}^{(2)} = T_{4,10}^{(2)} = T_{5,11}^{(2)} = T_{6,12}^{(2)} = 1$ para o elemento 2; $T_{1,10}^{(3)} = T_{2,11}^{(3)} = T_{3,12}^{(3)} = T_{4,13}^{(3)} = T_{5,14}^{(3)} = T_{6,15}^{(3)} = 1$ para o elemento 3; $T_{1,4}^{(4)} = T_{2,5}^{(4)} = T_{3,6}^{(4)} = T_{4,13}^{(4)} = T_{5,14}^{(4)} = T_{6,15}^{(4)} = 1$ para o elemento 4. Com isso, a matriz de rigidez da estrutura pode ser calculada como:

$$[K] = [T^{(1)}]^T [R^{(1)}]^T [K^{(1)}] [R^{(1)}] [T^{(1)}] + [T^{(2)}]^T [K^{(2)}] [T^{(2)}] + [T^{(3)}]^T [K^{(3)}] [T^{(3)}] + [T^{(4)}]^T [R^{(4)}]^T [K^{(4)}] [R^{(4)}] [T^{(4)}] \quad (3)$$

A equação de equilíbrio do sistema pode ser então definida por:

$$[K]\{d\} = \{f\} + \{r\} \quad (4)$$

onde $\{d\}$ é o vetor de deslocamentos nodais, $\{f\}$ é o vetor de forçamentos nodais e $\{r\}$ é o vetor de reações nodais. A Eq. (4) é resolvida seguindo o procedimento proposto por FISH e BELYTSCHKO (2007), onde os graus de liberdade são separados em graus de liberdade com deslocamentos impostos e graus de liberdade com forças impostas, representados pelos subíndices E e F , respectivamente. Desta forma, a Eq.(4) pode ser reescrita como:

$$\begin{bmatrix} [K_E] & [K_{EF}] \\ [K_{EF}]^T & [K_F] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{d_E\} \\ \{d_F\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{r_E\} \\ \{f_F\} \end{Bmatrix} \quad (5)$$

onde $\{d_E\}$ e $\{f_F\}$ são conhecidos (impostos) e $\{d_F\}$ e $\{r_E\}$ precisam ser calculados.

Desta forma, a solução da Eq.(5) pode ser escrita como:

$$\{d_F\} = [K_F]^{-1}(\{f_F\} - [K_{EF}]^T \{d_E\}) \quad (6)$$

$$\{r_E\} = [K_E]\{d_E\} + [K_{EF}]\{d_F\} \quad (7)$$

Para o sistema apresentado na Figura 2, os deslocamentos impostos são: $u_1 = 0$, $v_1 = 0$, $\theta_1 = 0$, $u_2 = 0$ e $v_2 = 0$. Os forçamentos impostos são $M_2 = 0$, $F_{3x} = 0$, $F_{3y} = 0$, $F_{3y} = 0$, $M_3 = 0$, $F_{4x} = 0$, $F_{4y} = -P$, $M_4 = 0$, $F_{5x} = 0$, $F_{5y} = 0$ e $M_5 = 0$. Ou seja,

$$\{d_E\} = \{u_1 \quad v_1 \quad \theta_1 \quad u_2 \quad v_2\}^T \quad (8)$$

$$\{f_F\} = \{M_2 \quad F_{3x} \quad F_{3y} \quad M_3 \quad F_{4x} \quad F_{4y} \quad M_4 \quad F_{5x} \quad F_{5y} \quad M_5\}^T \quad (9)$$

Uma vez que o sistema linear apresentado na Eq.(5) é resolvido, todos os deslocamentos nodais da estrutura, $\{d\} = \{\{d_E\}^T \quad \{d_F\}^T\}^T$, são obtidos. Com isso, pode-se obter os deslocamentos nodais de cada elemento fazendo $\{d^{(e)}\} = [T^{(e)}]^T \{d\}$.

Por último, as tensões em cada elemento, σ_{xx}^e , podem ser calculadas pela equação:

$$\sigma_{xx}^e = E^e \epsilon_{xx}^e = E^e [\bar{B}^e] \{d^e\} = E^e [\bar{B}^e] [T^{(e)}]^T \{d\} \quad (10)$$

onde ϵ_{xx}^e são as deformações e

$$[\bar{B}^e] = \left[-\frac{1}{L^e} \quad -\frac{6}{L^{e2}} \left(2 \frac{x}{L^e} - 1 \right) y \quad -\frac{1}{L^e} \left(6 \frac{x}{L^e} - 4 \right) y \quad \frac{1}{L^e} \quad -\frac{6}{L^{e2}} \left(1 - 2 \frac{x}{L^e} \right) y \quad -y \frac{2}{L^e} \left(\frac{3x}{L^e} - 1 \right) \right] \quad (11)$$

onde y é a altura a partir da linha neutra.

Encaminhamento metodológico

Após o embasamento teórico apresentado na Seção 2, o próximo passo é o desenvolvimento do software que visa implementar a sequência de cálculos e uma interface intuitiva para calcular deslocamentos, tensões e deformações máximas nos nós principais do pórtico. O software foi desenvolvido em Python e está disponível no GitHub e pode ser solicitado pelo contato com os autores.

Requisitos funcionais

1. O usuário deve definir as dimensões do pórtico: altura (H) e largura (L).
2. O usuário deve escolher o tipo da seção transversal da coluna e colocar suas dimensões.
3. O usuário deve escolher o tipo da seção transversal da viga e colocar suas dimensões.
4. O sistema deve calcular área e momento de inércia (botão Calcular Área e MI) para a coluna e viga.
5. O usuário deve escolher o material (aço ou outros).
6. O usuário deve definir as configurações da carga (massa e posição).
7. O sistema deve exibir o relatório com esforços resultantes, deslocamentos, deformações e tensões.
8. Deve ser possível acrescentar outros tipos de materiais (aço ou outros).

Requisitos não funcionais

1. O sistema deve ser desenvolvido para uso em computadores e ter cuidado quanto à facilidade de uso, para que a interação com ele seja fácil e intuitiva.
2. O software não precisa de Wi-Fi ou dados móveis para seu uso.
3. Usuários que já tiveram experiência com pórticos, utilizarão o sistema sem dificuldade.
4. O sistema deve ter alta disponibilidade.

Detalhamento

Na etapa da escolha do tipo da seção transversal da viga e da coluna o usuário deve escolher a geometria a ser utilizada e fornecer as dimensões dependendo dessa geometria. No software devem ser implementadas as seguintes opções:

- a) seção quadrada, sendo necessário informar o lado;
- b) seção circular, sendo necessário informar o raio;
- c) seção tubular circular, sendo necessário informar os raios externo e interno;
- d) seção retangular, sendo necessário informar a base a altura;
- e) seção retangular vazada, sendo necessário informar as bases interna e externa e as alturas interna e externa;
- f) seção em I, sendo necessário informar a largura do flange, a altura do perfil, a altura do flange e a largura da alma;
- g) seção livre, sendo informar a área, o segundo momento de inércia de área a altura em relação a linha neutra;

Todos os aços disponíveis para serem utilizados estão em uma planilha Excel: “Base de dados – Aços.xlsm”, com os 8 tipos de aços apresentados na Tabela 1 pré-cadastrados. Para adicionar outro material, o usuário deve abrir a planilha e adicionar as informações nas linhas seguintes. O acesso do programa a base de dados é feito de forma automática, por meio da biblioteca Pandas, e essas novas informações de materiais são incorporadas ao programa. Dessa forma é possível acrescentar outros tipos de materiais (aço ou outros) apenas atualizando os dados na planilha.

Tabela 1: Base de dados em Excel com os aços

Aço	Módulo de Elasticidade (GPa)	Resistência ao Escoamento (MPa)	Resistência à Tração (MPa)
1010	206,8	300	370
1015	206,8	320	390
1020	206,8	390	470
1030	206,8	440	520
1035	206,8	460	550
1040	206,8	490	590
1045	206,8	530	630
1050	206,8	580	690

Fonte: Budynas e Nisbett (2011)

PortFEM

A Figura 3 mostra a imagem final da tela do software. Como é visto, é um software de fácil utilização, possibilitando uma interface amigável ao usuário, sendo esta uma característica desejável em softwares educacionais (Envall et al., 2022). O usuário precisa apenas informar os dados para que os cálculos sejam feitos pelo programa.

Figura 3: Tela do Software PortFEM

The screenshot displays the PortFEM software interface. It includes input fields for 'Dimensões do Pórtico' (Portal Dimensions) such as height and width, and 'Seção transversal da COLUNA' (Column cross-section). There are also fields for 'Seção transversal da VIGA' (Beam cross-section). A 'Seleção do Aço' (Steel Selection) section allows choosing from a list of steel grades. The 'Configurações da Carga' (Load Configuration) section includes fields for mass and position. A diagram of a portal frame is shown with nodes 1 through 5 and various forces and moments. A 'CONCLUIR' (End) button is present. Below the diagram, a table titled 'Resultados: Esforços Resultantes - Deslocamentos - Deformações - Tensões' (Results: Resultant Forces - Displacements - Deformations - Stresses) displays calculated values for forces (F1x, F1y, M1, F2x, F2y), displacements (u3, v3, u4, v4, u5, v5), and stresses (Tmax1, Tmax2, Tmax3, Tmax4, Tmax5).

Fonte: Autores

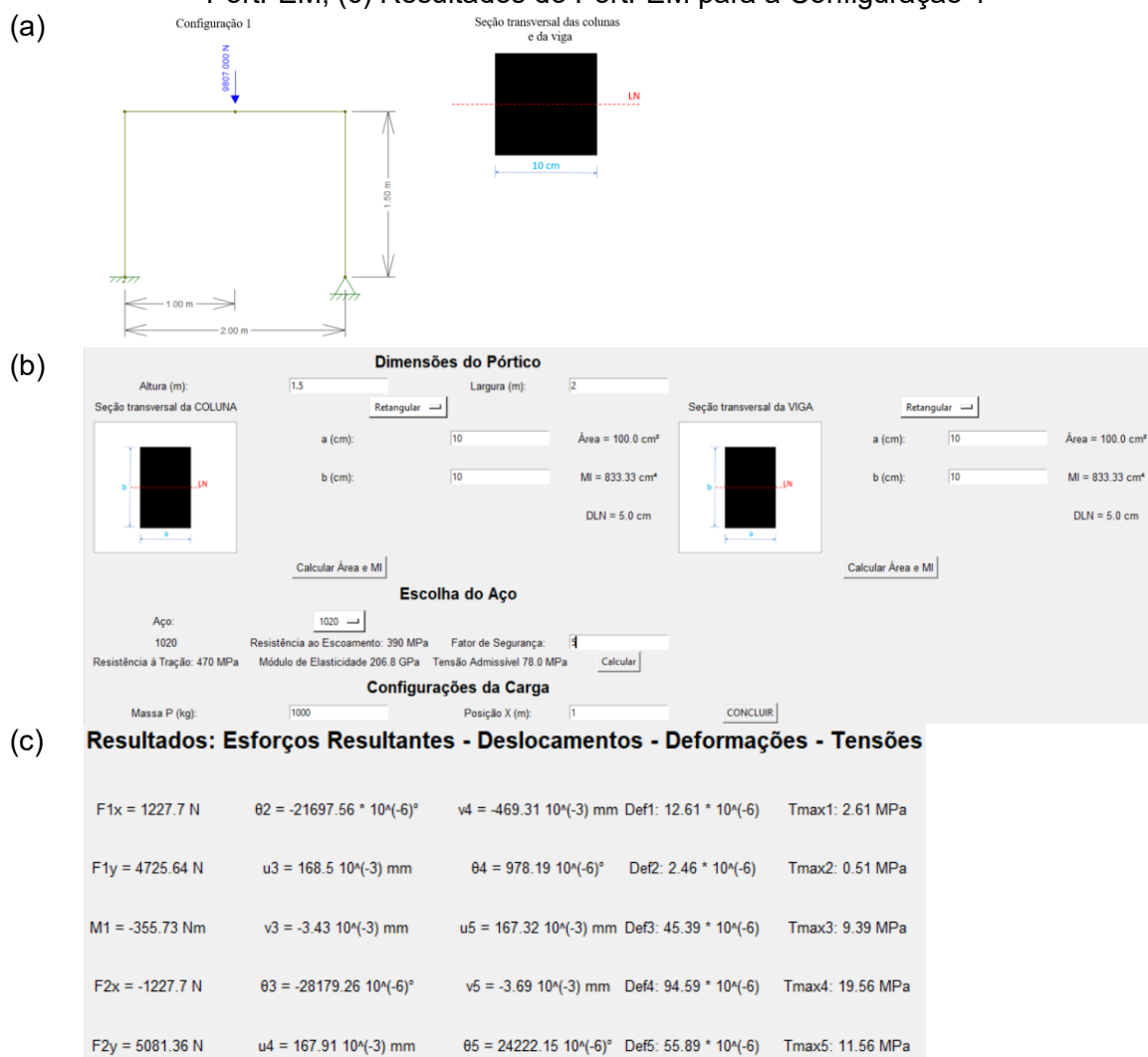
Resultados e Discussão

Há várias maneiras verificar a funcionalidade um software, os principais meios são através de comparações com: experimentos reais, cálculos analíticos e outros softwares já testados e validadas. Para testar o programa PortFEM o método de validação a ser utilizado será a comparação da combinação dos resultados de um

programa já validado, que é o Ftool (<https://www.ftool.com.br/Ftool/site/about>). O Ftool retorna várias informações, mas a principal aqui é o diagrama de momento fletor com as reações de apoio. Os resultados do diagrama são utilizados para calcular as tensões (Hibbeler, 2010).

O primeiro teste de validação é com a configuração 1, que se encontra na Figura 4. O aço a ser utilizado é o SAE 1020, com módulo de elasticidade de 206.8 GPa e resistência ao escoamento de 390 MPa e a carga a ser suportada é de 9807 N.

Figura 4: (a) Configuração de Pórtico 1 para o teste de validação; (b) Configuração 1 no PortFEM; (c) Resultados do PortFEM para a Configuração 1



Fonte: Autores

Tem-se pelo Ftool: $F^{(1)} = -4725,64 \text{ N}$, $F^{(2)} = F^{(3)} = -1227,70 \text{ N}$, $F^{(4)} = -5081,36 \text{ N}$, $A^{(1)} = A^{(2)} = A^{(3)} = A^{(4)} = 100,00 \text{ cm}^2$, $C^{(1)} = C^{(2)} = C^{(3)} = C^{(4)} = 5,00 \text{ cm}$, $I^{(1)} = I^{(2)} = I^{(3)} = I^{(4)} = 833,33 \text{ cm}^4$, $E = 206,8 \text{ GPa}$, $M_1 = -355,73 \text{ Nm}$, $M_2 = 1485,82 \text{ Nm}$, $M_3 = -3239,81 \text{ Nm}$, $M_4 = 1841,55 \text{ Nm}$, $M_5 = 0 \text{ Nm}$. A Tabela 2 faz a comparação entre os valores de tensões máximas encontradas nos 5 nós do sistema.

Tabela 2: Comparação dos resultados dos cálculos com o Ftool e o PortFEM para a Configuração de Pórtico 1 (tensões em MPa)

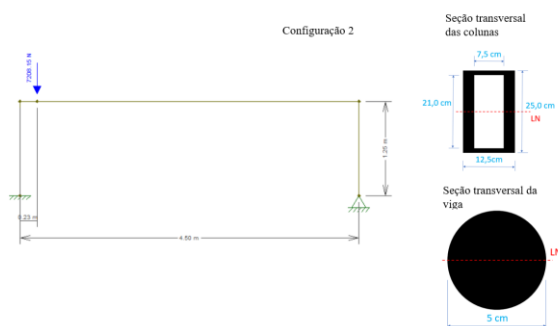
Tensões	Ftool	PortFEM	Variação
$\sigma_{m\acute{a}x 1}$	2,61	2,61	0,00%
$\sigma_{m\acute{a}x 2}$	0,51	0,51	0,00%
$\sigma_{m\acute{a}x 3}$	9,39	9,39	0,00%
$\sigma_{m\acute{a}x 4}$	19,56	19,56	0,00%
$\sigma_{m\acute{a}x 5}$	11,56	11,56	0,00%

Fonte: Autores

O segundo teste de validação é com a configuração 2, que se encontra na Figura. 5. O aço a ser utilizado é o SAE 1035 (Módulo de Elasticidade = 206,80 GPa e Resistência ao Escoamento = 460,00 MPa) e a carga a ser suportada é de 7208,15 N.

Figura 5: (a) Configuração de Pórtico 2 para o teste de validação; (b) Configuração 2 no PortFEM; (c) Resultados do PortFEM para a Configuração 2

(a)



(b)

Dimensões do Pórtico

Altura (m): 1.25 Largura (m): 4.5

Seção transversal da COLUMNA: Retangular vazada

a (cm): 12.5 Área = 155.0 cm²

b (cm): 25 MI = 10487.92 cm⁴

c (cm): 7.5 DLN = 12.5 cm

d (cm): 21

Calcular Área e MI

Seção transversal da VIGA: Circular

a (cm): 5 Área = 19.63 cm²

MI = 30.68 cm⁴

DLN = 2.5 cm

Calcular Área e MI

Escolha do Aço

Aço: 1035 Resistência ao Escoamento: 460 MPa Fator de Segurança: 5

Resistência à Tração: 550 MPa Módulo de Elasticidade 206.8 GPa Tensão Admissível 92.0 MPa Calcular

Configurações da Carga

Massa P (kg): 735 Posição X (m): 0.23 CONCLUIR

(c)

Resultados: Esforços Resultantes - Deslocamentos - Deformações - Tensões

F1x = 68.0 N	$\theta 2 = -2373.62 \cdot 10^{(-6)}^\circ$	v4 = -413.24 $10^{(-3)}$ mm	Def1: $10.31 \cdot 10^{(-6)}$	Tmax1: 2.13 MPa
F1y = 7151.26 N	u3 = 51.52 $10^{(-3)}$ mm	$\theta 4 = -142788.89 \cdot 10^{(-6)}^\circ$	Def2: $0.02 \cdot 10^{(-6)}$	Tmax2: 0.0 MPa
M1 = 1401.88 Nm	v3 = -2.79 $10^{(-3)}$ mm	u5 = 50.76 $10^{(-3)}$ mm	Def3: $586.06 \cdot 10^{(-6)}$	Tmax3: 121.20 MPa
F2x = -68.0 N	$\theta 3 = -4769.54 \cdot 10^{(-6)}^\circ$	v5 = -0.02 $10^{(-3)}$ mm	Def4: $62.39 \cdot 10^{(-6)}$	Tmax4: 12.90 MPa
F2y = 56.89 N	u4 = 51.48 $10^{(-3)}$ mm	$\theta 5 = -2233.27 \cdot 10^{(-6)}^\circ$	Def5: $33.66 \cdot 10^{(-6)}$	Tmax5: 6.96 MPa

Fonte: Autores

Tem-se então, pelo Ftool: $F^{(1)} = -7151,26 \text{ N}$, $F^{(2)} = F^{(3)} = -68,00 \text{ N}$, $F^{(4)} = -56,89 \text{ N}$, $A^{(1)} = A^{(4)} = 155,00 \text{ cm}^2$, $A^{(2)} = A^{(3)} = 19,53 \text{ cm}^2$, $C^{(1)} = C^{(4)} = 12,50 \text{ cm}$, $C^{(2)} = C^{(3)} = 2,50 \text{ cm}$, $I^{(1)} = I^{(4)} = 10488 \text{ cm}^4$, $I^{(2)} = I^{(3)} = 30,68 \text{ cm}^4$, $E = 206,8 \text{ GPa}$, $M_1 = 1401,89 \text{ Nm}$, $M_2 = 1486,89 \text{ Nm}$, $M_3 = -157,90 \text{ Nm}$, $M_4 = 85 \text{ Nm}$, $M_5 = 0 \text{ Nm}$. A Tabela 3 faz a comparação entre os valores de tensões máximas encontradas nos 5 nós do sistema.

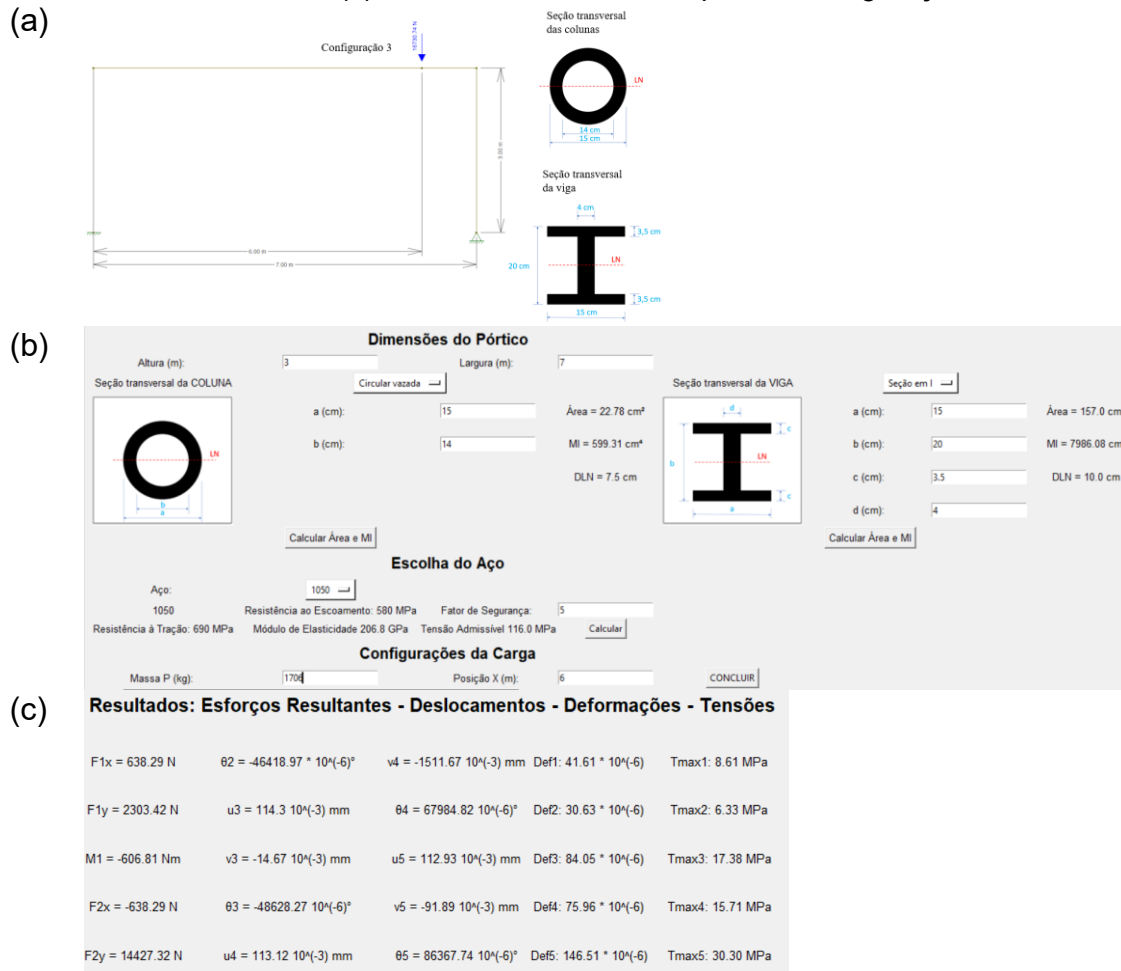
Tabela 3: Comparação dos resultados dos cálculos com o Ftool e o PortFEM para a Configuração de Pórtico 2 (tensões em MPa).

Tensões	Ftool	PortFEM	Variação
$\sigma_{máx 1}$	2,13	2,13	0,00%
$\sigma_{máx 2}$	0,00	0,00	0,00%
$\sigma_{máx 3}$	121,2	121,2	0,00%
$\sigma_{máx 4}$	12,9	12,9	0,00%
$\sigma_{máx 5}$	6,96	6,96	0,00%

Fonte: Autores

O terceiro teste de validação é com a configuração 3, que se encontra na Figura 6. O aço a ser utilizado é o SAE 1050 (Módulo de Elasticidade = 206,80 GPa e Resistência ao Escoamento = 580,00 MPa) e a carga a ser suportada é de 16730,74 N.

Figura 6: (a) Configuração de Pórtico 3 para o teste de validação; (b) Configuração 3 no PortFEM; (c) Resultados do PortFEM para a Configuração 3



Fonte: Autores

Os resultados do Ftool são: $F^{(1)} = -2303,42 \text{ N}$, $F^{(2)} = F^{(3)} = -638,29 \text{ N}$, $F^{(4)} = -14427,32 \text{ N}$, $A^{(1)} = A^{(4)} = 22,78 \text{ cm}^2$, $A^{(2)} = A^{(3)} = 157,00 \text{ cm}^2$, $C^{(1)} = C^{(4)} = 7,50 \text{ cm}$, $C^{(2)} = C^{(3)} = 10 \text{ cm}$, $I^{(1)} = I^{(4)} = 599,31 \text{ cm}^4$, $I^{(2)} = I^{(3)} = 7986,10 \text{ cm}^4$, $E = 206,8 \text{ GPa}$, $M_1 = -606,81 \text{ Nm}$, $M_2 = 1308,07 \text{ Nm}$, $M_3 = -12512,44 \text{ Nm}$, $M_4 = 1914,88 \text{ Nm}$, $M_5 = 0 \text{ Nm}$. A Tabela 4 faz a comparação entre os valores de tensões máximas encontradas nos 5 nós do sistema.

Tabela 4: Comparação dos resultados dos cálculos com o Ftool e o PortFEM para a Configuração de Pórtico 3 (tensões em MPa)

Tensões	Ftool	PortFEM	Varição
$\sigma_{m\acute{a}x 1}$	8,61	8,61	0,00%
$\sigma_{m\acute{a}x 2}$	6,33	6,33	0,00%
$\sigma_{m\acute{a}x 3}$	17,38	17,38	0,00%
$\sigma_{m\acute{a}x 4}$	15,71	15,71	0,00%
$\sigma_{m\acute{a}x 5}$	30,30	30,30	0,00%

Fonte: Autores

Os resultados indicam funcionalidade do PortFEM em termos de adequação, acurácia e conformidade visto que onde não houve diferença em comparação com os resultados do Ftool até a segunda casa decimal considerando a unidade como MPa.

O custo computacional do PortFEM e do Ftool é baixo e o não houve diferença significativa entre o tempo de processamento para nenhum dos casos apresentados. A principal diferença é na fase de pré-processamento. Como o Ftool é um software mais genérico, ele resolve diferentes tipos de geometria e carregamentos, sendo necessário então fazer o desenho e definir a força e os tipos de apoio. Por outro lado, o PortFEM visa uma aplicação mais direta para análise de pórticos planos, com geometria e carregamentos pré-definidos, sendo necessário apenas informar os dados da seção transversal e da força.

Considerações finais

O objetivo deste trabalho era desenvolver um software que utilizasse o Método dos Elementos Finitos para calcular as tensões e deformações máximas, além das reações de apoio e os deslocamentos nos nós de um pórtico plano. O software foi desenvolvido de uma maneira que o usuário não precisa ter nenhum conhecimento prévio do MEF e não precisa fazer um curso ou treinamento para utilizá-lo. Ele é de simples utilização, devendo o usuário ter as informações de entrada e preencher os campos com as medidas das dimensões. O software PortFEM mostra na tela todas as informações calculadas para a configuração de pórtico analisada.

As etapas de desenvolvimento do software envolveram a discretização e a obtenção das equações matriciais, elaboração dos requisitos funcionais e não funcionais e implementação dos cálculos e interface utilizando a linguagem Python. A validação da funcionalidade foi feita por meio da comparação dos resultados obtidos pelo PortFEM e pelo Ftool em três diferentes cenários. Em todos os testes os resultados foram iguais e nenhum deles houve uma variação até a segunda casa decimal. Vale ressaltar que o software Ftool é um software com diversas funcionalidades sendo necessário um entendimento maior do software e desenho do pórtico para realizar esses cálculos. Por outro lado, como o PortFEM possui foco no cálculo de pórticos, sua interface é adaptada para tal possibilitando um uso mais intuitivo e acesso aos resultados de forma mais rápida.

Referências

ALVES FILHO, A. **Elementos Finitos: A Base da Tecnologia CAE**. 6. Ed. São Paulo: Érica, 2013.

BUDYNAS, R. G.; NISBETT, J. K. **Elementos de Máquinas de Shigley: Projeto de Engenharia Mecânica**. 8. Ed. São Paulo: AMGH, 2011.

ENVALL, V.R., SANTOS, A.V., FRANZIN, R.F., ENVALL, M.F.O. MATERIAL DIDÁTICO VIRTUAL (APP) PARA DISCIPLINA DE DESENHO TÉCNICO DOS CURSOS DE ENGENHARIA. **REPPE: Revista do Programa de Pós-Graduação em Ensino -Universidade Estadual do Norte do Paraná Cornélio Procópio**, v. 6, n. 1, p. 34-53, 2022.

Ftool. Disponível em: <https://www.ftool.com.br/Ftool/site/about>

FISH, J.; BELYTSCHKO, T. **A First Course in Finite Elements**. Chichester: John Wiley & Sons, 2007.

HIBBELER, R. C. **Resistência dos materiais**. 7. Ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

KANG, S.; LEE, K. Real-time, high-fidelity linear elastostatic beam models for engineering education. **J Mech Sci Technol**, v. 35, p. 3483–3495, 2021.

MARTHA, L. F. **Análise de estruturas: conceitos e métodos básicos**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2010.

MELO, R.; PIRES, F.; M. JUNIOR, R.; CHOJI, R. Um projeto de desenvolvimento de software em parceria com a indústria: um estudo de caso em Educação em Computação. **Revista Novas Tecnologias na Educação**, Porto Alegre, v. 21, n. 1, p. 24–33, 2023.